

理工学 専攻（博士前期/修士・博士後期・前後期共通）

試験科目：第 外国語（ ） / 専門科目（ 理工基礎（機械工学基礎） ）

試験時間：（ 150 ）分

注意事項

1. 試験問題は10問（1～10）あり，そのうち1～3については全員解答，4～10については7問のうち2問を選択し，合計5問を解答せよ．
なお，4～10については2つの設問を超えて解答してはならない．
2. それぞれの解答用紙に，1問のみ解答すること．
3. 配布された5枚の解答用紙すべてに受験番号，氏名，問題番号を記入すること．
解答用紙に受験番号，氏名，問題番号の記入がない場合，その解答は無効とする．
4. 配布された計算用紙は採点対象外である．解答，解答過程等は解答用紙に記入すること．
5. 解答できなかった場合も，受験番号，氏名，および問題番号を記入した解答用紙を提出すること．すなわち，各受験生は，配布された5枚の解答用紙をすべて提出すること．

理工学 専攻（ 博士前期/修士 ・博士後期・前後期共通 ）

試験科目：第 外国語（ ） / 専門科目（ 理工基礎（機械工学基礎） ）

試験時間：（ 150 ）分

1

3行3列のマトリクス $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} a & -1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \\ 1 & b & 0 \end{bmatrix}$ を定義する. \mathbf{A} の一つの固有値は -2 で, ベクトル $\begin{bmatrix} -1 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix}$ が

それに対応する固有ベクトルである. このとき, 以下の設問に答えよ.

- (1) a, b の値を求めよ.
- (2) \mathbf{A} の与えられた固有値 ($\lambda_1 = -2$) を含むすべての固有値 $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ と対応する固有ベクトル ϕ_1, ϕ_2, ϕ_3 を求めよ. ただし, $\|\phi_1\|=1, \|\phi_2\|=1, \|\phi_3\|=1$ とする.
- (3) $\mathbf{D} = \mathbf{P}^{-1}\mathbf{A}\mathbf{P}$ を満たす正則マトリクス \mathbf{P} と対角マトリクス \mathbf{D} を求めよ.
- (4) $4\mathbf{A}^5 - 7\mathbf{A}^3 + 8\mathbf{A}^2 - 14\mathbf{A} - 10\mathbf{I}$ を求めよ. ここに, \mathbf{I} は単位マトリクスである.

2

- (1) $F(x, y) = (x^2 + y^2)^2 - a^2(x^2 - y^2) = 0$ ($a > 0$) で定義される x の関数 y の極値を求めよ.
- (2) x を独立変数, y を従属変数とする微分方程式 $2xy \frac{dy}{dx} = x^2 + y^2$ の一般解を求めよ.
- (3) 2つの球体 $x^2 + y^2 + z^2 \leq 4$ と $x^2 + y^2 + (z-1)^2 \leq 2$ との共通部分の体積を求めよ.
- (4) 複素平面上において経路 C を $|z| = \frac{1}{2}$ と定義する. ここに, z は複素数で虚数単位を i とする. このとき, $\int_C \frac{z+1}{z^4 - 2z^3} dz$ を計算せよ. ただし, 積分は反時計まわりに行うものとする.

理工学 専攻（ 博士前期/修士 ・博士後期・前後期共通 ）

試験科目：第 外国語（ ） / 専門科目（ 理工基礎（機械工学基礎） ）

試験時間：（ 150 ）分

3

- (1) 図1に示すように、長さ $3l$ の剛体棒 AD と CF はケーブル BC とスペーサー DE で接続され、水平に設定されている。点 G, H において鉛直下方に荷重 $P, 2P$ をそれぞれ受けているとき支点 A, F における反力、ケーブル BC の張力を求めよ。ただし、はりの質量および各接触箇所において摩擦を無視できるものとし、スペーサー DE は変形しないものとする。

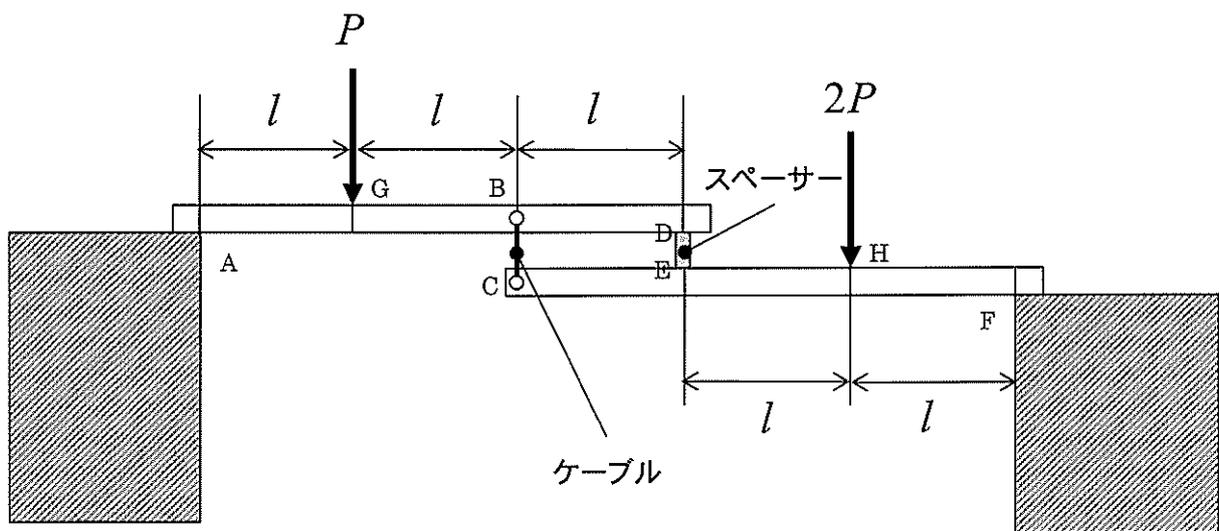


図1

- (2) 摩擦のある斜面上に球を置き、静かに手を離れた。球が滑らずに転がるための斜面の角度 ϕ の最大値を求めよ。ただし、球の質量を m 、半径を r 、斜面と球の摩擦係数を μ とし、球の慣性モーメント I は $I = \frac{2}{5}mr^2$ で与えられるものとする。

理工学 専攻（博士前期/修士・博士後期・前後期共通）

試験科目：第 外国語（ ） / 専門科目（ 理工基礎（機械工学基礎） ）

試験時間：（ 150 ）分

4

【材料力学】

図2に示すようなA, B点で単純支持されている長さ $2a+b$ の一樣断面を有するはりの上に、車軸間距離が a の台車が乗っている。台車上には質量 M の物体が乗っており、物体の重心が左の車軸から $a/3$ の位置にある。はりおよび台車の質量はこの物体の質量に比べて無視できるものとする。また、はりの左端($x=0$)から左の車輪までの距離を b 、重力の加速度を g とし、 $b > a$ とする。このとき以下の設問に答えよ。

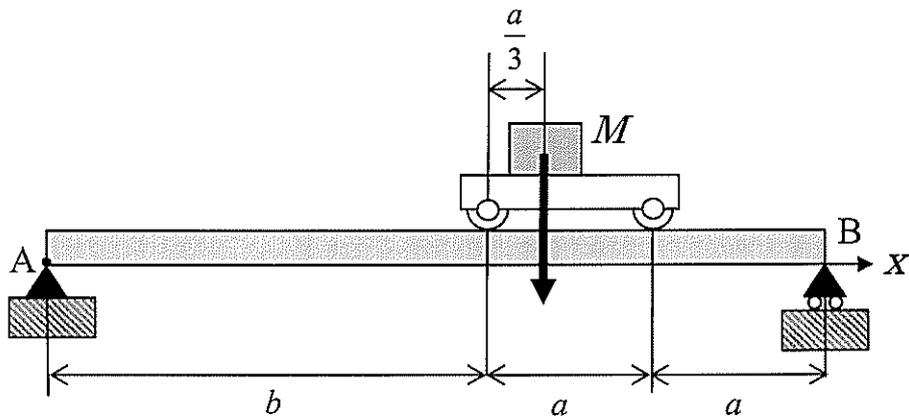


図2

- ① 点AおよびBにおける反力を求めよ。
- ② はりの曲げモーメント分布、せん断力分布を x の関数として求め、結果を図示せよ。
- ③ はりの断面係数を Z とするとき、はりに発生する最大曲げ応力の値とそれが発生する x 座標を求めよ。

理工学 専攻（博士前期/修士・博士後期・前後期共通）

試験科目：第 外国語（ ） / 専門科目（理工基礎（機械工学基礎））

試験時間：（ 150 ）分

5

【機械力学】

図3に示すように、質量 m_A のブロック A が水平と α の角度をなす滑らかな斜面上にあって、伸縮を無視できるロープによって水平と β の角度をなす滑らかな斜面上にある質量 m_B のブロック B に滑車 C を介してつながれて運動している。このとき、滑車 C の半径を r とし、滑車とロープ間にすべりはなく、滑車と軸との間に摩擦はないものとして次の問に答えよ。ただし、重力加速度は g とする。

- ① 滑車 C の慣性モーメントを無視した場合、ブロック A の加速度を求めよ。
- ② 滑車 C の慣性モーメントを J とした場合、ブロック A の加速度を求めよ。

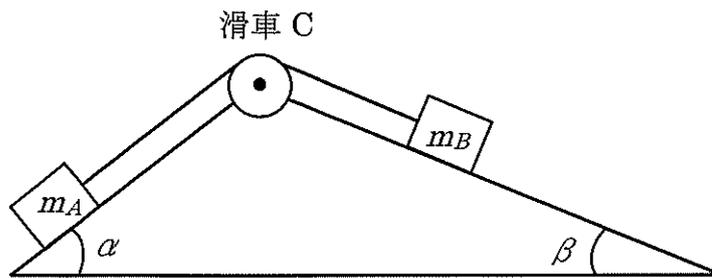


図3

工学 専攻（博士前期/修士・博士後期・前後期共通）

試験科目：第 外国語（ ） / 専門科目（ 理工基礎（機械工学基礎） ）

試験時間：（ 150 ）分

6

【熱工学】

理想的なガスタービンのプラントがある。このとき以下の問いに答えよ。ただし、理論熱効率を η 、比熱比を κ 、圧力比を ϕ とする。

- ① このプラントの構成をコンプレッサー、タービン、熱交換器などを用いて図示せよ。
- ② このプラントの理想サイクルの圧力・比容積線図および温度・エントロピー線図を示せ。
- ③ このプラントの理想サイクルの理論熱効率と圧力比の関係を導出せよ。

理工学 専攻（博士前期/修士・博士後期・前後期共通）

試験科目：第 外国語（ ） / 専門科目（理工基礎（機械工学基礎））

試験時間：（ 150 ）分

7

【流体工学】

図4(a)のようなジェットエンジンが取り付けられたジェット機が一定の速さ u_1 で水平に飛行している。エンジン前面の吸気口から質量流量 m_a で空気が流入し、燃料を質量流量 m_f で加えて燃焼させ、燃焼ガスを絶対速度（地上に対する速度） u_2 で噴出させる。ジェットエンジンの周囲はいたるところ大気圧であるとする。添加される燃料の運動量、流体の粘性および重力の影響は無視できるとする。

- ① このジェットエンジンの推力（推進力） F を求めよ。
- ② 図4(b)のように、燃焼ガスを角度 θ で軸対称に逆噴射してジェット機を減速させるときの制動力 F_B を求めよ。

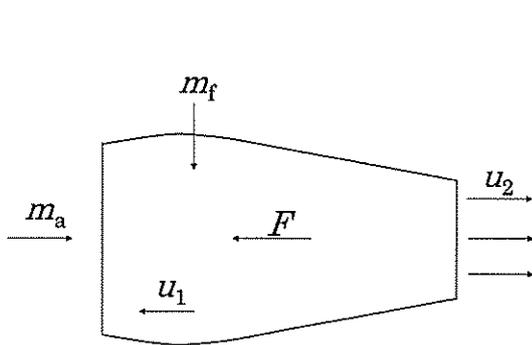


図 4(a)

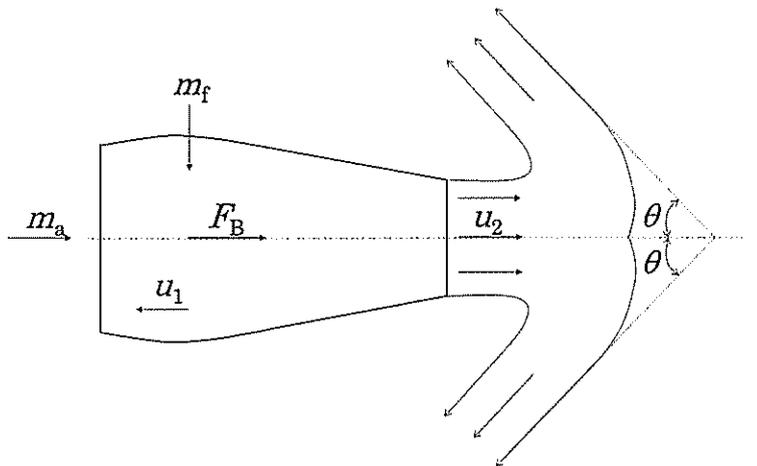


図 4(b)

理工学 専攻（博士前期/修士・博士後期・前後期共通）

試験科目：第 外国語（ ） / 専門科目（理工基礎（機械工学基礎））

試験時間：（ 150 ）分

8

【精密工学】

図5に示すような波長 λ 最大振幅 A_0 の正弦波プロファイル（図5(a)）および波長 λ 最大振幅 A_1 の三角形プロファイル（図5(b)）より，それぞれの算術平均粗さ Ra および二乗平均平方根高さ Rq を計算する場合を考える．ただし，基準長さ L を $\lambda/4$ として計算するものとする．

- ① 算術平均粗さ Ra の定義式を導出せよ．
- ② 二乗平均平方根高さ Rq の定義式を導出せよ．
- ③ 正弦波の Ra と三角形の Ra が等しくなる場合の最大振幅間の関係（ A_0 及び A_1 の関係）を計算せよ．
- ④ 正弦波の Rq と三角形の Rq が等しくなる場合の最大振幅間の関係（ A_0 及び A_1 の関係）を計算せよ．

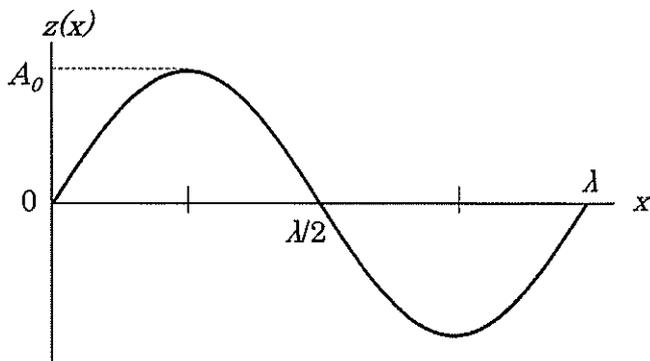


図5(a) 正弦波プロファイル

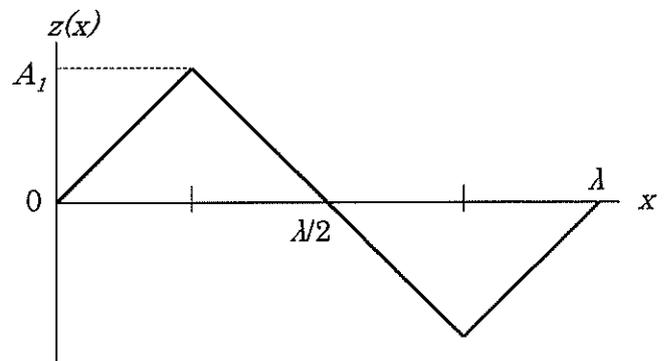


図5(b) 三角形プロファイル

理工学 専攻（博士前期/修士・博士後期・前後期共通）

試験科目：第 外国語（ ） / 専門科目（理工基礎（機械工学基礎））

試験時間：（ 150 ）分

9

【制御工学】

システムのブロック線図は図6に示してある。このシステムに対して、以下の設問に答えよ。ただし、 $U(s)$, $E(s)$, $Y(s)$, $X_1(s)$, $X_2(s)$, $X_3(s)$ はそれぞれ $u(t)$, $e(t)$, $y(t)$, $x_1(t)$, $x_2(t)$, $x_3(t)$ のラプラス変換である。

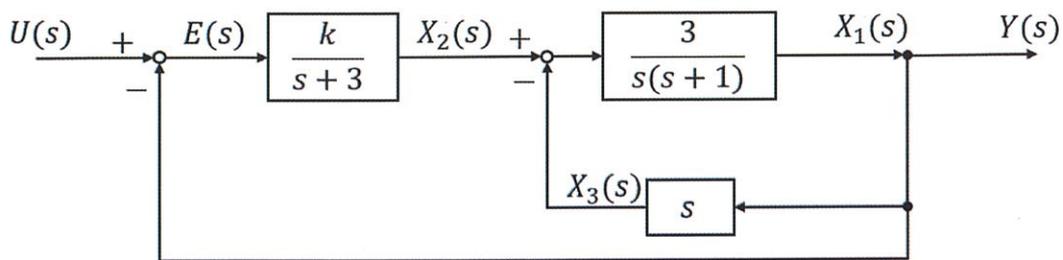


図6

- ① $G_o(s) = \frac{X_1(s)}{E(s)}$ とすると、 $G_o(s)$ を求めよ。
- ② $G_c(s) = \frac{Y(s)}{U(s)}$ とすると、 $G_c(s)$ を求めよ。
- ③ システムが安定であるために k が満たすべき条件を求めよ。
- ④ 下記のようなシステムの状態方程式による表現を一つ求めよ。
ただし、 $\mathbf{x}(t) = [x_1(t), x_2(t), x_3(t)]^T$ で、 A, B, C は行列である。

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}(t) = A\mathbf{x}(t) + Bu(t) \\ \mathbf{y}(t) = C\mathbf{x}(t) \end{cases}$$

- ⑤ $k = 1$ の場合、このシステムは可制御か判断せよ。

理工学 専攻（博士前期/修士・博士後期・前後期共通）

試験科目：第 外国語（ ） / 専門科目（理工基礎（機械工学基礎））

試験時間：（ 150 ）分

10

【材料科学】

(1) 立方格子において、以下の方向と面を図示せよ。

(a) [1 2 2], (b) [1 1 0], (c) (1 0 2), (d) (1 2 3)

(2) 面心立方の単位格子中の原子数、および配位数を求めよ。

(3) 金属材料の弾性変形と塑性変形の違いをミクロな観点から説明せよ。

(4) 幅(2w) 200 mm, 厚さ(t) 10 mm の帯板中央に直径(2a) 60 mm の円孔がある。材料の降伏応力は 500 MPa, 引張り強さは 800 MPa とする。図 7 に示す中央に円孔を有する帯板の応力集中係数の理論曲線と図中に示す公称応力 σ_n を活用して以下の問いに答えよ。

- ① 応力集中係数の値を求めよ。
- ② この板が 60 kN の引張り荷重 P を受けるとき、弾性を仮定して円孔縁の最大応力 σ_{max} を求めよ。
- ③ 円孔縁が降伏しない最大の引張り荷重を求めよ。

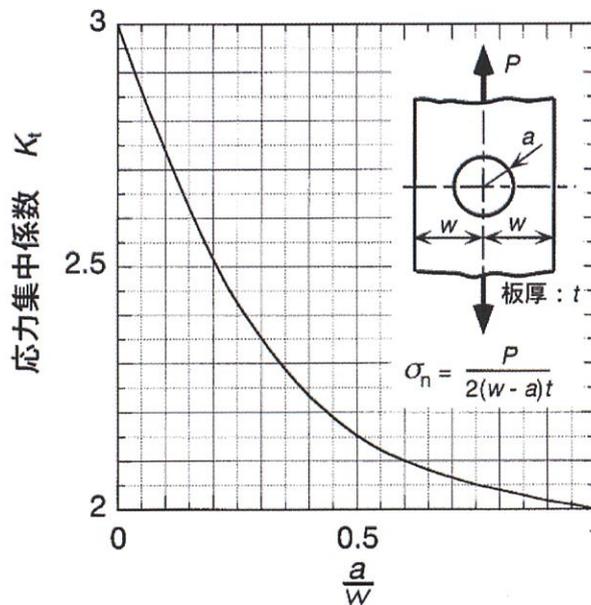


図 7 円孔を有する板材の応力集中係数の理論曲線

出典：日本材料学会編 初心者のための疲労設計法 ISBN 4-901381-25-3

理工学 専攻（博士前期/修士・博士後期・前後期共通）

試験科目：第 外国語（ ） / 専門科目（ 理工基礎(電気・電子工学基礎) ）

試験時間：（ 150 ）分

注意事項

1. 試験問題は6問（～）である。
選択問題はないので、全問に解答すること。
2. それぞれの解答用紙に、1問のみ解答すること。
解に至る過程を適切に記入すること。
導出過程が不明瞭な答案は0点になる場合がある。
3. 配布された6枚の解答用紙すべてに受験番号、氏名、問題番号を記入すること。
解答用紙に受験番号、氏名、問題番号の記入がない場合、その解答は無効とする。
問題番号が未記入の場合、その答案は採点されない。
4. 配布された計算用紙は採点の対象外である。
解答、解答過程等は解答用紙に記入すること。

理工学 専攻 (博士前期/修士 ・ 博士後期 ・ 前後期共通)

試験科目 : 第 外国語 () / 専門科目 (理工基礎(電気・電子工学基礎))

試験時間 : (150) 分

1

- (1) 実数
- x
- を独立変数とし,
- $y = y(x)$
- を未知関数とする。次の微分方程式の一般解を求めよ。

$$\frac{dy}{dx} + 2y = 4$$

- (2)
- n
- 次正方行列
- \mathbf{A}
- の成分を
- a_{ij}
- , 行列式を
- $|\mathbf{A}|$
- と書く。行列
- \mathbf{A}
- の第
- i
- 行目と第
- j
- 列目を取り除いてできる行列を小行列
- \mathbf{M}_{ij}
- という。余因子行列
- $\tilde{\mathbf{A}}$
- の各成分は
- $\tilde{a}_{ij} = (-1)^{i+j} |\mathbf{M}_{ji}|$
- で与えられる。

(a) 行列 $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ の行列式 $|\mathbf{A}|$ を求めよ。

- (b) 行列
- \mathbf{A}
- の小行列
- \mathbf{M}_{ij}
- の行列式
- $|\mathbf{M}_{ij}|$
- (
- $i=1,2,3, j=1,2,3$
-) をすべて求めよ。

- (c) 行列
- \mathbf{A}
- の余因子行列
- $\tilde{\mathbf{A}}$
- を求めよ。

- (d) 行列
- \mathbf{A}
- の逆行列
- \mathbf{A}^{-1}
- を求めよ。

- (3) 周期
- 2π
- の区分的に滑らかな実周期関数
- $f(x)$
- のフーリエ級数は, フーリエ係数
- a_n, b_n
- を用いて,

$$f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} [a_n \cos(nx) + b_n \sin(nx)]$$
 と表される。

区間 $-\pi < x \leq \pi$ において $g(x) = -x$ と表される周期 2π の周期関数 $g(x)$ について考える。

- (a)
- $g(x)$
- の区間
- $-2\pi < x \leq 2\pi$
- におけるグラフの概形を記し, 偶関数か奇関数か答えよ。

- (b)
- $g(x)$
- のフーリエ級数展開を求めよ。

- (c) 設問(3)の(b)の結果を用いて
- $\sum_{m=0}^{\infty} \left[\frac{(-1)^m}{2m+1} \right]$
- の値を求めよ。

理工学 専攻（博士前期/修士・博士後期・前後期共通）

試験科目：第 外国語（ ） / 専門科目（理工基礎（電気・電子工学基礎））

試験時間：（ 150 ）分

2

以下の問いにおいて、真空の誘電率を ϵ_0 、油の誘電率を ϵ ($\epsilon > \epsilon_0$) とする。

- (1) 電荷 Q ($Q > 0$) を帯びた半径 a の導体球があり、その表面が厚さ b の油膜で覆われているとき、次の問いに答えよ。導体球と油膜の間に隙間はなく、油膜の厚さは位置に依らず一定であり、油膜の外側（導体球ではない側）は無有限遠方まで真空であるとする。
- (a) この導体球の静電容量 C_1 を求めよ。電位の基準は無有限遠方とせよ。
- (b) 設問(1)の(a)で求めた静電容量 C_1 に蓄えられている静電エネルギー U_1 を求めよ。答えは量記号 C_1 を含まない形で表せ。
- (2) 電荷 Q ($Q > 0$) を帯びた半径 a の導体球が油中にあるとき、次の問いに答えよ。導体球と油の間に隙間はなく、導体球の外側は無有限遠方まで油で満たされているとする。
- (a) この導体球の静電容量 C_2 を求めよ。電位の基準は無有限遠方とせよ。
- (b) 設問(2)の(a)で求めた静電容量 C_2 に蓄えられている静電エネルギー U_2 を求めよ。答えは量記号 C_2 を含まない形で表せ。
- (3) 電荷 Q ($Q > 0$) を帯びた半径 a の導体球を油中から真空中に取り出したところ、その表面が厚さ b の油膜で覆われた。このとき、この導体球を油中から真空中に取り出すのに要したエネルギー U を求めよ。ただし、導体球が油中にあったときの条件は設問(2)と、真空中にあるときの条件は設問(1)と同じであるとする。エネルギーは静電エネルギーのみを考えよ。答えは量記号 C_1 , U_1 , C_2 , U_2 を含まない形で表せ。

理工学 専攻 (博士前期/修士・博士後期・前後期共通)

試験科目：第 外国語 () / 専門科目 (理工基礎 (電気・電子工学基礎))

試験時間： (150) 分

3

図1は、 z 軸 ($r=0$) を中心軸とする内径 $2a$ 、外径 $4a$ の円筒導体の外側に、内径 $6a$ 、外径 $7a$ の薄い円筒が内円筒と同軸で配置された無限長導体系を示している。内円筒、および外円筒断面には、各々一様に電流密度 $+J_1$ (z 軸正の方向)、 $-J_2$ (z 軸負の方向) の定電流が流れている。このとき次の問いに答えよ。ただし、真空中の透磁率を μ_0 とする。

- (1) アンペールの法則の積分形を示せ。
- (2) $0 < r < 3a$ の領域に生じる磁束密度の周方向成分 $B_\phi(r)$ を求め、その最大値 $B_{\phi \max}$ を示せ。
さらに図2に示すグラフ書式に従って、 $B_\phi(r)$ を解答用紙に図示せよ。
- (3) $r = 3.5a$ において、 B_ϕ が 0 (ゼロ) になった。このとき $|J_2/J_1|$ を求めよ。

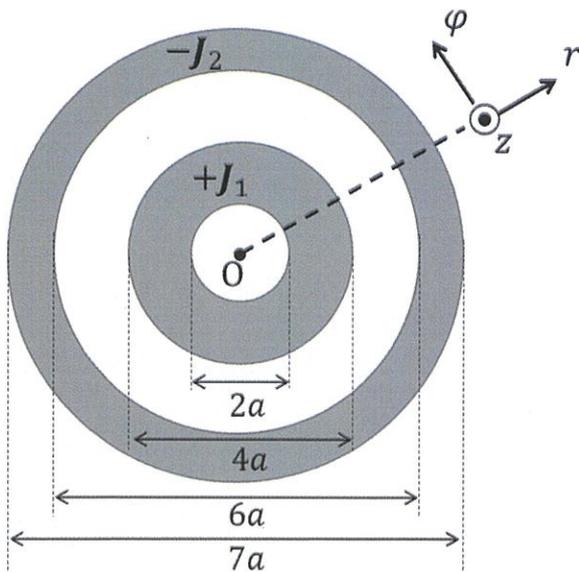


図1

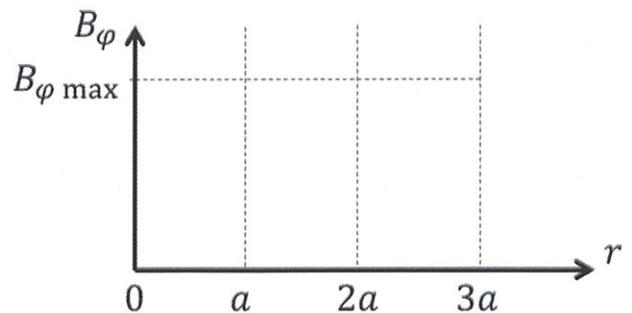


図2

理工学 専攻（博士前期/修士・博士後期・前後期共通）

試験科目：第 外国語（ ） / 専門科目（理工基礎（電気・電子工学基礎））

試験時間：（ 150 ）分

4

図1に示すバイポーラトランジスタ増幅回路に関する次の問いに答えよ。

ただし、 $V_{CC} = 10\text{V}$ 、 $R_C = 1\text{k}\Omega$ 、 $R_E = 1\text{k}\Omega$ 、 $R_1 = 600\Omega$ 、 $R_2 = 1\text{k}\Omega$ 、トランジスタのベース-エミッタ間電圧を 0.7V 、エミッタ接地直流電流増幅率を $\beta = 100$ 、小信号交流電流増幅率を h_{fe} とする。また、 v_{in} は交流小信号電圧源であり、 v_{out} は交流出力信号、コンデンサ C_1 、 C_2 、 C_3 は交流信号を通し直流を遮断するものとする。

図2は図1のトランジスタのエミッタ接地出力特性である。

(1) 入力側をテブナンの定理を用いた等価回路に置き換えた回路全体の直流等価回路を図示し、各素子の値を示せ。

また、出力回路における直流負荷線の式を導出し、直流動作点の電流と電圧の値を求めよ。

(2) h パラメータを用いた交流小信号等価回路を図示し、各素子の値、各部の電圧と電流を記号で示せ。電圧や電流は向きも示すこと。

(3) h パラメータと素子の記号を用いて交流小信号電圧増幅率 $A_v = \frac{v_{out}}{v_{in}}$ を導出せよ。

導出過程をわかりやすく、詳細に記述すること。

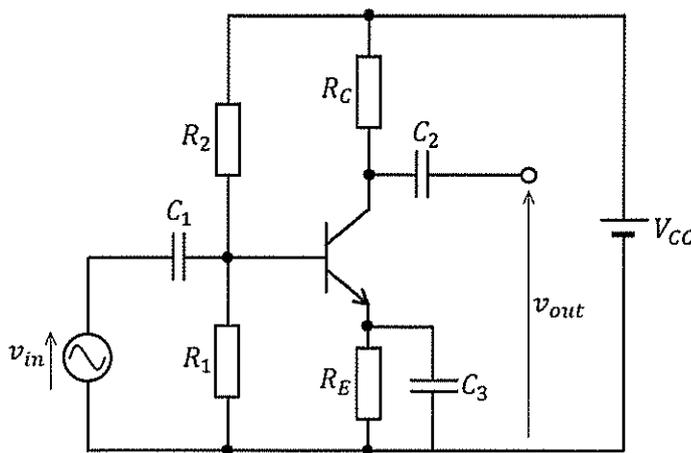


図1. トランジスタ増幅回路

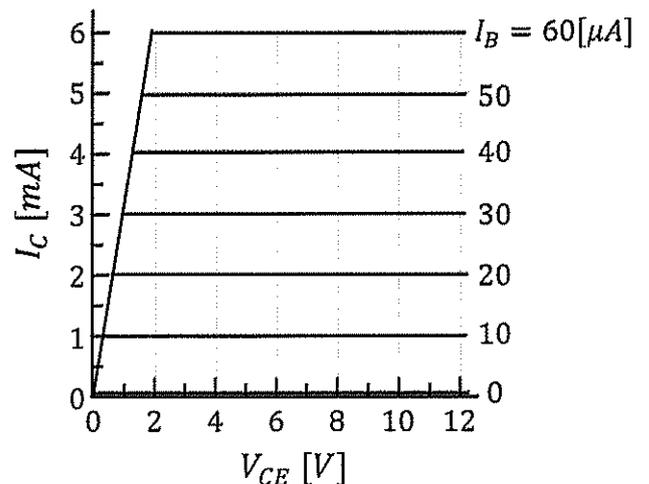


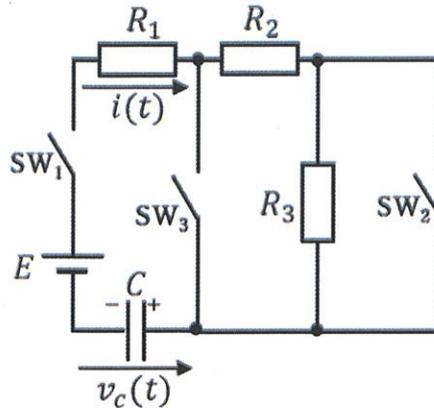
図2. トランジスタの出力特性

理工学 専攻（博士前期/修士・博士後期・前後期共通）

試験科目：第 外国語（ ） / 専門科目（理工基礎（電気・電子工学基礎））

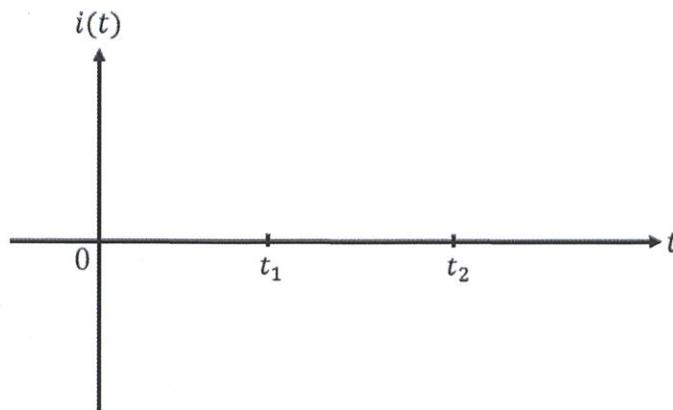
試験時間：（ 150 ）分

5



上記の抵抗 R_1 , R_2 , R_3 , コンデンサ C , 直流電圧源（起電力 E ）とスイッチ SW_1 , SW_2 , SW_3 で構成されている回路において、 $t=0$ でスイッチ SW_1 を閉じ、定常状態前の $t=t_1$ でスイッチ SW_2 を閉じた。その後、定常状態後の $t=t_2$ でスイッチ SW_3 を閉じた。このとき、以下の問いに答えよ。ただし、初期状態ではスイッチ SW_1 , SW_2 , SW_3 は開いている。また、 $t=0$ でコンデンサ C に電荷は蓄えられていない。

- (1) $t=0$ における抵抗 R_1 に流れる電流 $i(0)$ とコンデンサ C の電圧 $v_c(0)$ をそれぞれ求めよ。
- (2) 抵抗 R_1 の3区間（ $0 \leq t < t_1$, $t_1 \leq t < t_2$, $t_2 \leq t$ ）における電流 $i(t)$ をそれぞれ求めよ。
- (3) 上記の設問(2)で求めた抵抗 R_1 に流れる電流 $i(t)$ を解答用紙に下図のような座標軸を持つグラフとして図示せよ。



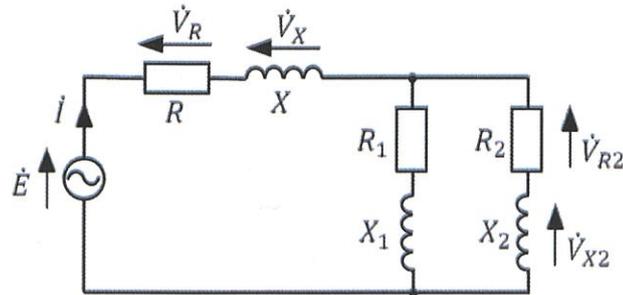
理工学 専攻（博士前期/修士・博士後期・前後期共通）

試験科目：第 外国語（ ） / 専門科目（理工基礎（電気・電子工学基礎））

試験時間：（ 150 ）分

6

下の回路図に示すように、正弦波交流電源が抵抗とリアクタンス表記されたコイルに接続されており、電圧と電流の矢印は正の向きを表している。ここで、 $R_1 = 3\Omega$, $X_1 = 4\Omega$, $R_2 = 8\Omega$, $X_2 = 6\Omega$ である。また、 R_1 と R_2 で消費される電力の合計は500Wである。



次の問いに答えよ。

- (1) R_1 で消費される電力 P_1 [W], および R_2 で消費される電力 P_2 [W]の値を求めよ。
- (2) 電源電圧 \dot{E} , 電源電流 i , 抵抗の電圧 \dot{V}_R と \dot{V}_{R2} , コイルの電圧 \dot{V}_X と \dot{V}_{X2} を1枚の複素平面上に描け。ただし、電源電圧は $\dot{E} = E \angle 0$ として初期位相0（ゼロ）の右向きベクトルとすること。

理工学 専攻（博士前期/修士・博士後期・前後期共通）

試験科目：第 外国語（ ） / 専門科目（理工基礎（化学基礎））

試験時間：（ 150 ）分

注意事項

1. 試験問題は6問（ ～ ）である。
選択問題はないので、全問に解答せよ。
2. それぞれの解答用紙に、1問のみ解答すること。
3. 配布された6枚の解答用紙すべてに受験番号、氏名、問題番号を記入すること。
解答用紙に受験番号、氏名、問題番号の記入がない場合、その解答は無効とする。
4. 配布された計算用紙は採点対象外である。解答、解答過程等は解答用紙に記入すること。
5. すべての問に対する正解をもって満点とする。
6. 記述した内容によって部分点を与えることがあるので、完全な解答に至らない場合でも、わかるところまで記せ。
7. 計算問題においては、関数電卓を使用してよい。解答は、ことわりのない問については有効数字3桁で求めよ。解答に至るまでの説明や計算過程をわかりやすく記すこと。
8. 必要ならば次の物理定数および単位換算を用いよ。

（物理定数）

$$\text{気体定数： } R = 8.314 \text{ J K}^{-1} \text{ mol}^{-1} = 8.206 \times 10^{-2} \text{ dm}^3 \text{ atm K}^{-1} \text{ mol}^{-1}$$

$$\text{Avogadro 定数： } N_A = 6.022 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$$

$$\text{Planck 定数： } h = 6.626 \times 10^{-34} \text{ J s}$$

$$\text{真空中の光速： } c = 2.998 \times 10^8 \text{ m s}^{-1}$$

$$\text{真空の誘電率： } \epsilon_0 = 8.854 \times 10^{-12} \text{ F m}^{-1} (\text{J}^{-1} \text{ C}^2 \text{ m}^{-1})$$

$$\text{電気素量： } e = 1.602 \times 10^{-19} \text{ C}$$

$$\text{電子の質量： } m_e = 9.109 \times 10^{-31} \text{ kg}$$

（単位換算式）

$$\text{圧力： } 1 \text{ atm} = 1.013 \times 10^5 \text{ Pa}$$

$$\text{温度： } 0 \text{ }^\circ\text{C} = 273.15 \text{ K}$$

理工学 専攻（博士前期/修士・博士後期・前後期共通）

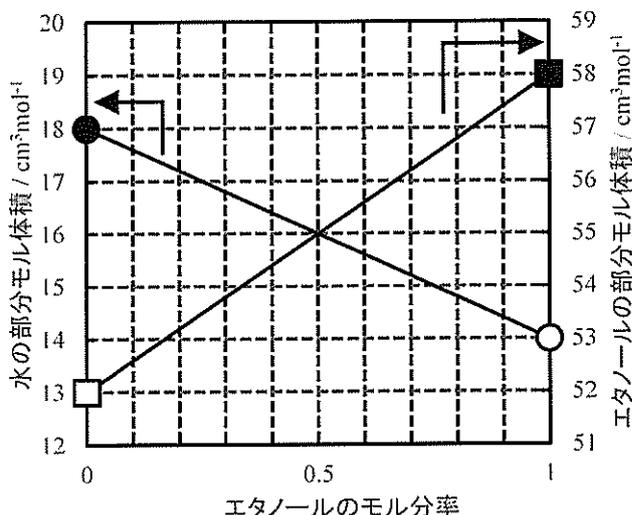
試験科目：第 外国語（ ） / 専門科目（ 理工基礎（化学基礎） ）

試験時間：（ 150 ）分

1

次の問1～5に答えよ。但し、混合溶液は理想溶液とし、また水素、炭素、酸素の原子量をそれぞれH:1.00, C:12.0, O:16.0とする。

293 Kの一定温度で、水とエタノールの混合比を変えながら混合溶液を調製し、各物質の部分モル体積を測定した。結果は右図のように、混合溶液中の物質のモル分率に対して部分モル体積が直線的に変化することが分かった。（※実際にはもっと複雑な変化をするが、ここでは簡略化し、直線的な変化であったものとする。）



問1 水 54.0 g とエタノール 230 g を混合したときの混合溶液の体積は何 cm³ か。

問2 水とエタノールの混合溶液を 100 cm³ 調製し、この混合溶液の蒸気圧を測ったところ、293 K で 4.00 kPa であった。293 K における純粋な水とエタノールの蒸気圧がそれぞれ 2.30 kPa, 5.60 kPa だとすると、エタノールのモル分率はいくらか。

問3 問2の混合溶液において、各物質の部分モル体積はいくらか。

問4 問2の混合溶液中の各物質の物質量はいくらか。

問5 以下の選択肢(a)～(d)から2つ選び、各語句を簡潔に説明せよ。式や図を用いても良い。

- (a) 熱力学の第一法則 (b) 熱力学の第二法則
(c) 熱力学の第三法則 (d) ラウールの法則

理工学 専攻（博士前期/修士・博士後期・前後期共通）

試験科目：第 外国語（ ） / 専門科目（理工基礎（化学基礎））

試験時間：（ 150 ）分

2

次の問1～4に答えよ。

一次元の自由運動をしている質量 m の粒子を、量子力学的に取り扱うことについて考える。
必要であれば、次の各記号を用いよ。

$\hbar = h/2\pi$, m : 質量, ψ : 波動関数, E : 全エネルギー, \hat{H} : ハミルトニアン, x : 位置

問1 質量 m の粒子について、ポテンシャルエネルギーが0である一次元の自由運動を考えた場合 \hat{H} はどのように表せるか。また時間に依存しないシュレーディンガー方程式をハミルトニアンの記号 \hat{H} を使って表せ。

問2 問1のシュレーディンガー方程式の一般解は、 $\psi = Ae^{ikx} - Be^{-ikx}$ (A と B は定数)で表される。これをオイラーの公式を使って書き換えよ。また粒子を x の正の方向に発射すると ψ はどのように表されるか。

問3 一般解 $\psi = Ae^{ikx} - Be^{-ikx}$ を用いて問1のシュレーディンガー方程式から求められる全エネルギー E を、これまでに出てきた記号を使って表せ。

問4 以下の全ての語句を簡潔に説明せよ。式や図を用いても良い。

- (a) 黒体 (b) 光電効果
(c) ハイゼンベルクの不確定性原理

理工学 専攻 (博士前期/修士 ・ 博士後期 ・ 前後期共通)

試験科目 : 第 外国語 () / 専門科目 (理工基礎 (化学基礎))

試験時間 : (150) 分

3

次の問1～問3に答えよ。ただし、ことわりの無い限り、溶液温度は 298 K であり、溶液について体積の加成性が成り立つものとする。解答の計算および説明は、途中過程を省略せずに記述すること。

問1 次にあげる酸と塩基の化学反応式 1)～4)の左辺におけるそれぞれの化学種(化合物あるいはイオン)について、括弧【】内の定義に基づき“酸”および“塩基”として働く化学種を示せ。また、それらの化学種を酸あるいは塩基として定義した理由を説明せよ。
(該当する“酸”、“塩基”が存在しない場合には、「酸・塩基なし」とし、その理由を説明せよ。)

- | | |
|---|----------------------|
| 1) $\text{CH}_3\text{COO}^- + \text{H}_3\text{O}^+ \rightarrow \text{CH}_3\text{COOH} + \text{H}_2\text{O}$ | 【Brønsted-Lowry の定義】 |
| 2) $\text{NH}_3 + \text{H}_2\text{O} \rightarrow \text{NH}_4^+ + \text{OH}^-$ | 【Brønsted-Lowry の定義】 |
| 3) $\text{B}(\text{OH})_3 + \text{OH}^- \rightarrow \text{B}(\text{OH})_4^-$ | 【Lewis の定義】 |
| 4) $\text{Co}^{3+} + 6 \text{NH}_3 \rightarrow [\text{Co}(\text{NH}_3)_6]^{3+}$ | 【Lewis の定義】 |

問2 キレート化合物およびイオン交換樹脂に関する、次の 1)～2)に答えよ。

- 0.0200 mol dm⁻³ の Mg²⁺イオン水溶液 50.0 cm³ に対して、0.0200 mol dm⁻³ の EDTA 水溶液 50.0 cm³ を滴下・混合したところ、Mg : EDTA = 1:1 の錯体が形成された。このとき Mg²⁺イオンの 99.9%以上が EDTA と錯体を形成するためには、条件安定度定数はいくら以上必要か。mol⁻¹ dm³ 単位で求めよ。なお、本実験の操作による温度変化および沈殿生成は無視できるものとする。
- 2.0 mmol g⁻¹ のイオン交換容量を持つ H⁺型イオン交換樹脂 2.0 g を 0.010 mol dm⁻³ KCl水溶液 100 cm³ に入れ、十分に攪拌した後にろ過を行い、樹脂を溶液から分離した。このろ液 50 cm³ を 0.100 mol dm⁻³ KOH 水溶液標準溶液で中和滴定したところ、終点までに要した滴下量は 4.30 cm³ となった。この陽イオン交換樹脂の H⁺ に対する K⁺イオンの選択係数 $K_{\text{H}^+}^{\text{K}^+}$ を有効数字 2 桁で求めよ。

問3 次の電池 Pt(s), H₂(g) | HCl(aq) || CuSO₄(aq) | Cu(s) について、次の 1)～3)に答えよ。

ただし、Pt, H₂ | H⁺ および Cu | Cu²⁺ の標準電極電位をそれぞれ $E^{\circ}_{\text{H}^+/\text{H}_2} = 0.000 \text{ V}$ および $E^{\circ}_{\text{Cu}^{2+}/\text{Cu}} = 0.337 \text{ V}$ とし、いずれの溶液も溶質の活量係数 $\gamma = 1$ 、298 K における $\log_{10} \times RT/F$ (R : 気体定数、 T : 絶対温度、 F : ファラデー定数) を 0.059 V として計算せよ。 ($\log_{10} = \ln 10$)

- 電池作動時(放電時)の各電極で生じる化学反応を、それぞれ半反応式を用いて示せ。
- 各電解質のイオン濃度を、 $[\text{H}^+] = 1.00 \times 10^{-1} \text{ mol dm}^{-3}$ および $[\text{Cu}^{2+}] = 1.00 \times 10^{-1} \text{ mol dm}^{-3}$ とし、H₂ の圧力を $p_{\text{H}_2} = 1.00 \text{ atm}$ としたとき、温度 298 K における起電力(単位: V) を有効数字 2 桁で求めよ。
- 2) の条件から $[\text{Cu}^{2+}]$ を $1.00 \times 10^{-2} \text{ mol dm}^{-3}$ と低減させた場合、起電力の値はいくらに変化すると予想されるか。理由と共に説明せよ。

理工学 専攻（博士前期/修士・博士後期・前後期共通）

試験科目：第 外国語（ ） / 専門科目（理工基礎（化学基礎））

試験時間：（ 150 ）分

4

次の問1～問4に答えよ。解答の計算および説明は、途中過程を省略せずに記述すること。

問1 次の1)～3)の用語について、図表を用いずにそれぞれ3行程度(100~150字程度)で説明せよ。

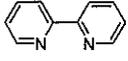
- 1) 格子エネルギー
- 2) ランタノイド収縮
- 3) 電子親和力

問2 下に示したA)～C)の3つの分子について、次の1)～2)に答えよ。

- 1) それぞれの分子のルイス構造を示せ。
- 2) 分子や多原子イオンの形を予想する際に使われる“原子価殻電子対反発(VSEPR)理論”を用いて、各分子におけるH-X-H結合角(X = C, N, O)の大小関係を説明せよ。
 - A) CH₄
 - B) NH₃
 - C) H₂O

問3 分子軌道(MO)理論を用い、等核二原子からなるN₂分子およびO₂⁻イオンの分子軌道エネルギー準位図を作成し、それぞれの結合次数を求めよ。

問4 六配位八面体型のコバルト錯体について、次の1)～2)に答えよ。

- 1) 金属錯体[Co(bpy)₂(NH₃)₂]³⁺ [bpy: 2,2'-ビピリジン ]について、その異性体の構造をすべて示し、異性体それぞれの光学活性について説明せよ。
- 2) 一般的なCo(III)錯体[Co^{III}(L)₆]ⁿ⁺の中心金属がとりうる2つのd電子配置について、結晶場理論を用いて説明せよ。なおCoの原子番号は27である。

理工学 専攻 (博士前期/修士・博士後期・前後期共通)

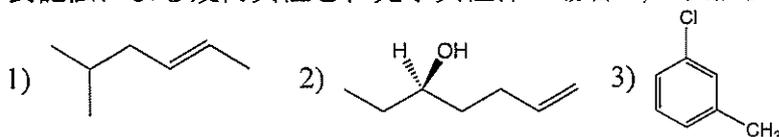
試験科目: 第 外国語 () / 専門科目 (理工基礎 (化学基礎))

試験時間: (150) 分

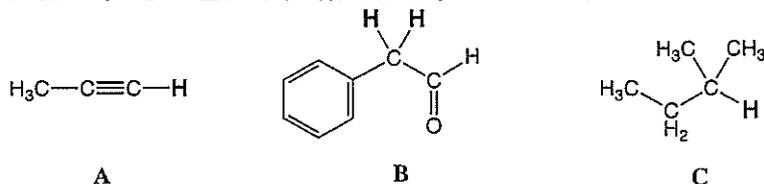
5

次の問1～問4に答えよ。

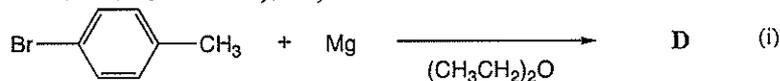
問1 次の1)～3)に示す化合物の名称を記せ。なお立体化学については、幾何異性体の場合 *E, Z* 表記法による幾何異性を、光学異性体の場合 *R, S* 表記法による絶対配置を含めること。



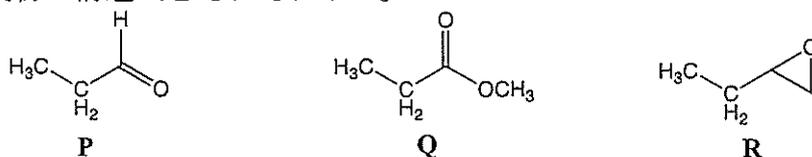
問2 次の化合物 **A, B, C** について太字で示した水素原子 **H** の酸性度が高い順に **A > B > C** のように並べ、その理由を簡潔に記せ。(100字以内)



問3 4-ブロモトルエンとマグネシウム **Mg** をジエチルエーテル中で反応させて試薬 **D** を調製した (式 i)。次の1), 2)について答えよ。

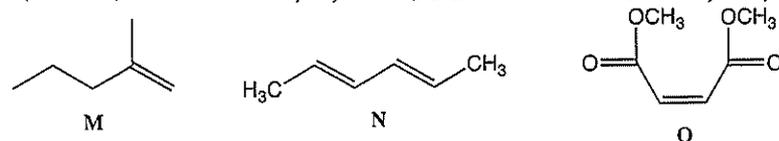


- 試薬 **D** の構造式を示せ。
- 試薬 **D** を種々の化合物と反応させたのち、反応溶液を酸性水溶液で加水分解した。以下に示す化合物 **P, Q, R** に対して下図に示した当量比で **D** を反応させたときに得られる主生成物の構造式をそれぞれ示せ。



D は **P** に対して 1 当量 **D** は **Q** に対して 2 当量 **D** は **R** に対して 1 当量

問4 下に示すアルケン **M, N, O** の反応について、次の1)～3)に答えよ。



- M** に対し、硫酸酸性下で H_2O 分子が反応した。得られる可能性のある2つの構造異性体の構造式を示せ。
- 1)の異性体のどちらが優先的に得られるか、理由とともに簡単に説明せよ。(50字程度)
- N** と **O** の等モル混合物を加熱したところ [4+2] 環化付加反応が起こった。この反応により得られる主生成物の構造を示せ。立体化学が分かるように示すこと。

工学 専攻（博士前期/修士・博士後期・前後期共通）

試験科目：第 外国語（ ） / 専門科目（理工基礎（数学基礎））

試験時間：（ 150 ）分

注意事項

1. 試験問題は6問（Ⅰ～Ⅵ）である。
この中から4問を選んで解答せよ。4問を超えて解答してはならない。
2. それぞれの解答用紙に、1問のみ解答すること。
3. 配布された4枚の解答用紙すべてに受験番号、氏名、問題番号を記入すること。
解答用紙に受験番号、氏名、問題番号の記入がない場合、その解答は無効とする。
4. 配布された計算用紙は採点対象外である。解答、解答過程等は解答用紙に記入すること。

記号：

\mathbb{C} , \mathbb{R} , \mathbb{Q} , \mathbb{Z} はそれぞれ複素数全体の集合, 実数全体の集合, 有理数全体の集合, 整数全体の集合を表す。

理工学 専攻（博士前期/修士・博士後期・前後期共通）

試験科目：第 外国語（ ） / 専門科目（理工基礎（数学基礎））

試験時間：（ 150 ）分

1 (1) 実数 a, b ($a < b$) に対して,

$$(a, b) = \{x \in \mathbb{R} \mid a < x < b\}$$

$$[a, b] = \{x \in \mathbb{R} \mid a \leq x \leq b\}$$

$$(a, \infty) = \{x \in \mathbb{R} \mid a < x\}$$

$$[a, \infty) = \{x \in \mathbb{R} \mid a \leq x\}$$

とする.

- (i) $[0, \infty) \cap \mathbb{Z}$ から $(0, \infty) \cap \mathbb{Z}$ への全単射写像を構成せよ.
 (ii) $[0, \infty)$ から $(0, \infty)$ への全単射写像を構成せよ.
 (iii) $[-1, 1]$ から $(-1, 1)$ への全単射写像を構成せよ.
- (2) n を自然数, $\mathbf{0} = (0, 0, \dots, 0) \in \mathbb{R}^n$ とし, $\mathbb{R}^n \setminus \{\mathbf{0}\}$ における関係 \sim を次で定める.

$$\mathbf{x} \sim \mathbf{y} \iff \exists \lambda \in \mathbb{R}_{>0}, \mathbf{y} = \lambda \mathbf{x}$$

ただし, $\mathbb{R}_{>0}$ は正の実数全体とし, $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n) \in \mathbb{R}^n$ に対して, $\lambda \mathbf{x} = (\lambda x_1, \lambda x_2, \dots, \lambda x_n)$ とする.

- (i) 関係 \sim は同値関係であることを示せ.
 (ii) $\mathbb{R}^n \setminus \{\mathbf{0}\}$ の部分集合

$$S = \{\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n \mid |\mathbf{x}| = 1\}$$

は商集合 $(\mathbb{R}^n \setminus \{\mathbf{0}\})/\sim$ の完全代表系であることを示せ.

ただし, $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n) \in \mathbb{R}^n$ に対して,

$$|\mathbf{x}| = \sqrt{\sum_{i=1}^n x_i^2}$$

とする.

理工学 専攻（博士前期/修士・博士後期・前後期共通）

試験科目：第 外国語（ ） / 専門科目（ 理工基礎（数学基礎） ）

試験時間：（ 150 ）分

2 実数 $s > 0$ に対して、広義積分

$$\Gamma(s) = \int_0^{\infty} e^{-x} x^{s-1} dx$$

を考える。

- (1) この広義積分が収束することを示せ。
- (2) 等式 $\Gamma(s+1) = s\Gamma(s)$ を示せ。
- (3) $\Gamma(1) = 1$ および $\Gamma(n+1) = n!$ (n は自然数) を示せ。
- (4) 2変数実数値関数 $f(x, \alpha)$ が領域 $D = \{(x, \alpha) \mid 0 < x, a \leq \alpha \leq b\}$ で連続とする。开区間 $(0, \infty)$ 上で正の実数値をとる連続関数 $g(x)$ が存在して、次の (i), (ii) をみたすとする：

(i) D の任意の点 (x, α) において $|f(x, \alpha)| \leq g(x)$,(ii) 広義積分 $\int_0^{\infty} g(x) dx$ が収束する。

このとき、広義積分

$$\int_0^{\infty} f(x, \alpha) dx$$

は閉区間 $[a, b]$ で一様収束することを示せ。

- (5) 広義積分 $\Gamma(s)$ は $(0, \infty)$ に含まれる任意の閉区間で一様収束することを示せ。
- (6) 関数 $\Gamma(s)$ は $s > 0$ において微分可能で、導関数が

$$\frac{d}{ds}\Gamma(s) = \int_0^{\infty} e^{-x} x^{s-1} \log x dx$$

で与えられることを示せ。

理工学 専攻 (博士前期/修士・博士後期・前後期共通)

試験科目：第 外国語 () / 専門科目 (理工基礎 (数学基礎))

試験時間：(150) 分

- 3 (1) \mathbb{R} -ベクトル空間 V, W の次元をそれぞれ, $n = \dim V, m = \dim W$ とする. V および W の基底をそれぞれ $(v_1, \dots, v_n), (w_1, \dots, w_m)$ とするとき, 線型写像 $f: V \rightarrow W$ に対して,

$$f(v_j) = \sum_{i=1}^m a_{ij} w_i \quad (j = 1, \dots, n)$$

で定まる $m \times n$ -行列 $A = (a_{ij})$ を f の $(v_1, \dots, v_n), (w_1, \dots, w_m)$ に関する表現行列という.

- (i) $V = W = \mathbb{R}^3$ の基底を

$$v_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}, v_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}, v_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

とする.

$$f \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -x - 2y + z \\ -x - 3y - z \\ 5x + 6y + z \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^3$$

で定義される線型写像 $f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ の $(v_1, v_2, v_3), (v_1, v_2, v_3)$ に関する表現行列 A を求めよ.

- (ii) (i) で定義された線形写像 f が同型写像かどうかを理由をつけて判別せよ.

- (2) $0 < p < 1, 0 < q < 1$ に対し, $A = \begin{pmatrix} p & 1-q \\ 1-p & q \end{pmatrix}$ とする.

- (i) A の固有値と対応する固有ベクトルを求めよ.
 (ii) $P^{-1}AP = B$ が対角行列となるような正則行列 P と対角行列 B を求めよ.
 (iii) 極限值 $\lim_{n \rightarrow \infty} A^n$ を求めよ.

理工学 専攻（博士前期/修士・博士後期・前後期共通）

試験科目：第 外国語（ ） / 専門科目（ 理工基礎（数学基礎） ）

試験時間：（ 150 ）分

4 (1) 区間 $[-\pi, \pi]$ 上の複素数値連続関数 $f(x)$ のフーリエ級数展開を

$$f(x) \sim \sum_{k=-\infty}^{\infty} c_k e^{ikx}$$

とする.

(i) 不等式

$$\sum_{k=-\infty}^{\infty} |c_k|^2 \leq \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} |f(x)|^2 dx$$

が成り立つことを示せ.

(ii) $f(x) = x$ に対して全てのフーリエ係数 $\{c_k\}$ を計算せよ.(2) \mathbb{R} 上の関数

$$f(x) = \frac{1}{1+x^4}$$

のフーリエ変換を求めよ.

理工学 専攻（博士前期/修士・博士後期・前後期共通）

試験科目：第 外国語（ ） / 専門科目（ 理工基礎（数学基礎） ）

試験時間：（ 150 ）分

- 5 (1) 実数体 \mathbb{R} の元を成分とする可逆な 3 次正方行列全体がなす群 $GL(3, \mathbb{R})$ の部分集合 G を次で定める：

$$G = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & a & c \\ 0 & 1 & b \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \mid a, b \in \mathbb{Z}, c \in \mathbb{Q} \right\}$$

- (i) G が $GL(3, \mathbb{R})$ の部分群であることを示せ.
- (ii) G の中心 $Z(G)$ を求めよ.
- (iii) G の交換子群 $[G, G]$ を求めよ.
- (iv) G の位数有限の元は単位元のみであることを示せ.
- (2) R を環とする. 左 R 加群 M に対し, M から R への R 準同型写像全体 $M^* = \text{Hom}_R(M, R)$ は, 演算

$$(\varphi + \psi)(m) := \varphi(m) + \psi(m) \quad (m \in M)$$

で加法群をなす. このとき, $\varphi \in M^*$, $r \in R$ に対して

$$(\varphi \cdot r)(m) := \varphi(m)r \quad (m \in M)$$

で $\varphi \cdot r$ を定めると $\varphi \cdot r \in M^*$ であり, これにより M^* は右 R 加群となることを示せ.

理工学 専攻 (博士前期/修士・博士後期・前後期共通)

試験科目: 第 外国語 () / 専門科目 (理工基礎 (数学基礎))

試験時間: (150) 分

6 (1) 平面曲線

$$p: [0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}^2; \quad p(t) = (t, \cosh t)$$

について, 次の問いに答えよ. ただし, 必要なら

$$\sinh^{-1} x = \int \frac{1}{\sqrt{x^2 + 1}} dx$$

を用いてよい.

- (i) $u \geq 0$ とする. 点 $p(0)$ から点 $p(u)$ までの曲線 p の長さ s を求めよ.
- (ii) 曲線 p を, 点 $p(0)$ からの弧長を表すパラメータ s を用いて書き表せ.
- (iii) (ii) の表示を用いて, 曲線 p の曲率 κ を, 弧長パラメータ s の関数として求めよ.

(2) \mathbb{R}^3 内の曲面

$$p(u, v) = (\cos u, \sin u, v), \quad (u, v) \in \mathbb{R}^2$$

について, 主曲率 κ_1, κ_2 及び, ガウス曲率 K , 平均曲率 H を求めよ.

理工学 専攻（博士前期/修士・博士後期・前後期共通）

試験科目：専門科目（理工基礎（物理学基礎））

試験時間：（150）分

注意事項

1. 試験問題は6問（**1**～**6**）である。
この中から5問を選んで解答せよ。5問を超えて解答してはならない。
2. それぞれの解答用紙に、1問のみ解答すること。
3. 配布された5枚の解答用紙すべてに受験番号、氏名、問題番号を記入すること。
解答用紙に受験番号、氏名、問題番号の記入がない場合、その解答は無効とする。
4. 配布された計算用紙は採点対象外である。解答、解答過程等は解答用紙に記入すること。

理工学 専攻（博士前期/修士・博士後期・前後期共通）

試験科目：専門科目（理工基礎（物理学基礎））

試験時間：（150）分

1 以下の各問に答えなさい。

1. 次の行列 A の固有値を求めよ。

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

2. 以下のベクトル a と b に対して内積（スカラー積） $a \cdot b$ と外積（ベクトル積） $a \times b$ を求めよ。

$$a = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, b = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

理工学 専攻（博士前期/修士・博士後期・前後期共通）

試験科目：専門科目（理工基礎（物理学基礎））

試験時間：（ 150 ）分

2 以下の各問に答えなさい。

1. 次の微分方程式

$$\frac{d^2y}{dt^2} + 2\gamma \frac{dy}{dt} + \omega_0^2 y = 0$$

の一般解 $y = y(t)$ を $y(t) = A \exp(-at) \times \cos(bt + \theta)$ と仮定する（ただし、 A, a, b, θ は t によらない定数）。このとき a, b を求めよ。ただし、 $\omega_0 > \gamma > 0$ とする。

2. 関数 $f(x, y, z)$ が

$$f(x, y, z) = x^2 \exp(yz)$$

と与えられている。 $\nabla f(x, y, z)$ を求めよ。また、 $\nabla \times \nabla f(x, y, z)$ を求めよ。

3. 次の (a)~(c) の積分を求めよ。

$$(a) \int_{-\infty}^{\infty} dx \exp[-a(x-b)^2]$$

$$(b) \int_{-\infty}^{\infty} dx x \exp[-a(x-b)^2]$$

$$(c) \int_{-\infty}^{\infty} dx x^2 \exp[-a(x-b)^2]$$

ただし、 $a > 0$ とする。また、必要であれば $\int_{-\infty}^{\infty} dx \exp(-x^2) = \sqrt{\pi}$ を使ってよい。

理工学 専攻（博士前期/修士・博士後期・前後期共通）

試験科目：専門科目（理工基礎（物理学基礎））

試験時間：（150）分

3

下図のように、摩擦のない水平面上にバネ定数 k のバネにつながった質量 m の質点がある。バネが自然長の状態にあるときの質点の位置を原点とし、バネが伸びる方向に x 軸をとる。質点の運動は x 軸上に限られるとする。

1. 質点には、フックの法則に従うバネによる復元力に加えて x 軸負の方向の一定の力 F が常にかかっているとす。

(a) このときの質点の運動方程式を書け。

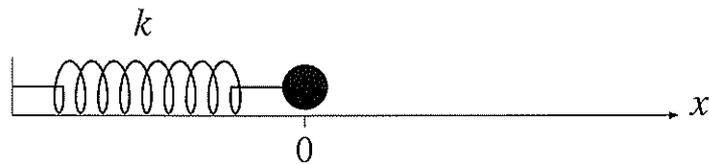
(b) 原点で静止した質点に x 軸正の方向の初速度 v_0 を与えた。この瞬間を時刻 $t = 0$ とし、時刻 t における質点の位置 $x(t)$ を求めよ。

(c) 運動方程式を利用し、この系における力学的エネルギー保存則を導け。

2. 上の設問における一定の力 F の代わりに、質点にはその速度 v に比例する大きさ Cv (C は正の定数) の抵抗力がかかるとす。

(a) このときの質点の運動方程式を書け。

(b) 質点を $x = x_0 (> 0)$ の位置で静止させ手を離した。手を離した瞬間を時刻 $t = 0$ とし、時刻 t における質点の位置を求めよ。 x の t に関する斉次（同次）線形微分方程式の解が $x(t) = Ae^{\alpha t}$ (A, α は定数) の形をしていることを利用してよい。



理工学 専攻 (博士前期/修士・博士後期・前後期共通)

試験科目：専門科目 (理工基礎 (物理学基礎))

試験時間： (150) 分

4 以下の各問に答えなさい。

- ベクトル場 $\mathbf{A} = (xy, x^2, yz)$ に対して、発散 $\nabla \cdot \mathbf{A}$ と回転 $\nabla \times \mathbf{A}$ を求めよ。ここで、 $\nabla = \left(\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z} \right)$ である。
- 任意のベクトル場 $\mathbf{A} = (A_x, A_y, A_z)$ に対して、 $\nabla \cdot (\nabla \times \mathbf{A}) = 0$ が成立することを示せ。
- 電磁気学で現れる以下の3つの式 (a)~(c) について、その物理的な意味を簡単に述べるものとして、以下のア~クの中から最も適当なものをそれぞれ選べ。

(a)
$$\nabla \cdot \mathbf{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$$

(b)
$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot \mathbf{J} = 0$$

(c)
$$\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{J}$$

ここで、 \mathbf{E} は電場、 \mathbf{B} は磁束密度、 ρ は電荷密度、 \mathbf{J} は電流密度、 ϵ_0 と μ_0 はそれぞれ真空の誘電率と透磁率である。

- ア. 電荷の保存則に対応しており、連続の方程式とも呼ばれる。
- イ. 電磁場のエネルギー保存則に対応している。
- ウ. 電荷に働くローレンツ力を表している。
- エ. 電荷から電場が発生するガウスの法則である。
- オ. ファラデーの電磁誘導の法則である。
- カ. 電流の周りに磁場が発生するアンペールの法則である。
- キ. オームの法則を導くものである。
- ク. ポインティングベクトルの流れを表している。

4. 式 (c) の両辺の発散をとると

$$\nabla \cdot (\nabla \times \mathbf{B}) = \mu_0 \nabla \cdot \mathbf{J}$$

となる。この式の左辺は小問2. より常にゼロなので、 $\nabla \cdot \mathbf{J} = 0$ である。よって、式 (c) は $\nabla \cdot \mathbf{J} = 0$ の定常電流のときのみ成立する法則であることがわかる (式 (a) と式 (b) は常に成立する)。式 (a) と式 (b) を用いて、式 (c) を定常電流以外でも一般的に成立する形に拡張すると

$$\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{J} + \frac{1}{c^2} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}$$

となることを示せ。ここで、 c は真空中の光速で $c = 1/\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}$ である。

理工学 専攻（博士前期/修士・博士後期・前後期共通）

試験科目：専門科目（理工基礎（物理学基礎））

試験時間：（ 150 ）分

5 質量 m 、角振動数（角速度） ω で x 軸上を調和振動している粒子（1次元調和振動子）の最低エネルギー状態（基底状態）の波動関数 $\psi(x)$ は

$$\psi(x) = A \exp\left(-\frac{1}{2}\alpha^2 x^2\right)$$

で与えられる。ここで、

$$\alpha = \sqrt{\frac{m\omega}{\hbar}}$$

であり、 A は定数である。必要であれば $\int_{-\infty}^{\infty} dx \exp(-x^2) = \sqrt{\pi}$ を使ってよい。

1. 波動関数 $\psi(x)$ が規格化されているとき、定数 A を求めよ。なお解答は、 \hbar 、 m 、 ω のうち必要なものを使って表せ。
2. 粒子を観測する確率が最も大きい座標 x を求めよ。
3. この基底状態における粒子のエネルギーを計算によって求めよ。なお解答は、 \hbar 、 m 、 ω のうち必要なものを使って表せ。
4. 粒子の位置 x の2乗の期待値 $\langle x^2 \rangle$ を求めよ。なお解答は、 \hbar 、 m 、 ω のうち必要なものを使って表せ。
5. 粒子の運動量 p の2乗の期待値 $\langle p^2 \rangle$ を求めよ。なお解答は、 \hbar 、 m 、 ω のうち必要なものを使って表せ。ただし、運動量の座標表示は $\hat{p} = -i\hbar \frac{d}{dx}$ である (i は虚数単位を表す)。

理工学 専攻（博士前期/修士・博士後期・前後期共通）

試験科目：専門科目（理工基礎（物理学基礎））

試験時間：（150）分

6 ジュールートムソン過程では気体を入れた高圧容器（圧力 P 、体積 V 、温度 T 、内部エネルギー U ）から毛細管を通じて気体を放出する。エンタルピー（熱関数） H は過程の前後で変わらず、低圧側での気体の温度が変化する。この現象に関連する以下の問題に答えよ。必要に応じて以下のマクスウェルの規則とマクスウェルの関係式を用いてよい。

$$\text{マクスウェルの規則：} \left(\frac{\partial T}{\partial P} \right)_H \left(\frac{\partial P}{\partial H} \right)_T \left(\frac{\partial H}{\partial T} \right)_P = -1$$

$$\text{マクスウェルの関係式：} \left(\frac{\partial S}{\partial P} \right)_T = - \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_P, \quad S: \text{エントロピー}$$

- エンタルピー H の表式を書け。解答には P, T, U, V のうち必要なものを用いよ。
- この気体の定圧熱容量 C_P の表式を書け。解答には H, P, T, U のうち必要なものを用いよ。
- この気体のジュールートムソン係数 $\mu_{J-T} \equiv \left(\frac{\partial T}{\partial P} \right)_H$ は、 C_P と熱膨張係数 $\alpha \equiv \frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_P$ を用いて、以下のように書けることを示せ。

$$\mu_{J-T} = \frac{TV}{C_P} \left(\alpha - \frac{1}{T} \right)$$

- 理想気体では $\mu_{J-T} = 0$ となることを示せ。解答中では気体のモル数と気体定数とを、それぞれ n と R とせよ。
- 実在気体では十分に温度の低い領域で $\mu_{J-T} > 0$ となる。この状態でジュールートムソン過程を何回も繰り返すと気体はどうか？簡潔に説明せよ。

理工学 専攻（博士前期/修士・博士後期・前後期共通）

専門科目（理工基礎（生物科学基礎））

試験時間：（150）分

注意事項

1. 試験問題は7問（1～7）である。

問題1は全員解答すること。問題2～7からは3問選択して解答すること。
問題1を含めて5問以上解答してはならない。

2. それぞれの解答用紙に、1問のみ解答すること。

3. 配布された4枚の解答用紙すべてに受験番号、氏名、問題番号を記入すること。
解答用紙に受験番号、氏名、問題番号の記入がない場合、その解答は無効とする。

理工学 専攻（博士前期/修士・博士後期・前後期共通）

専門科目（理工基礎（生物科学基礎））

試験時間：（150）分

次の問題 1 は全員回答すること。

1 以下の（1）～（5）の語句をそれぞれ120字程度で説明せよ。

- （1）アンテナ複合体
- （2）細胞外マトリックス
- （3）正のフィードバック
- （4）タンパク質のドメイン
- （5）ユビキチン

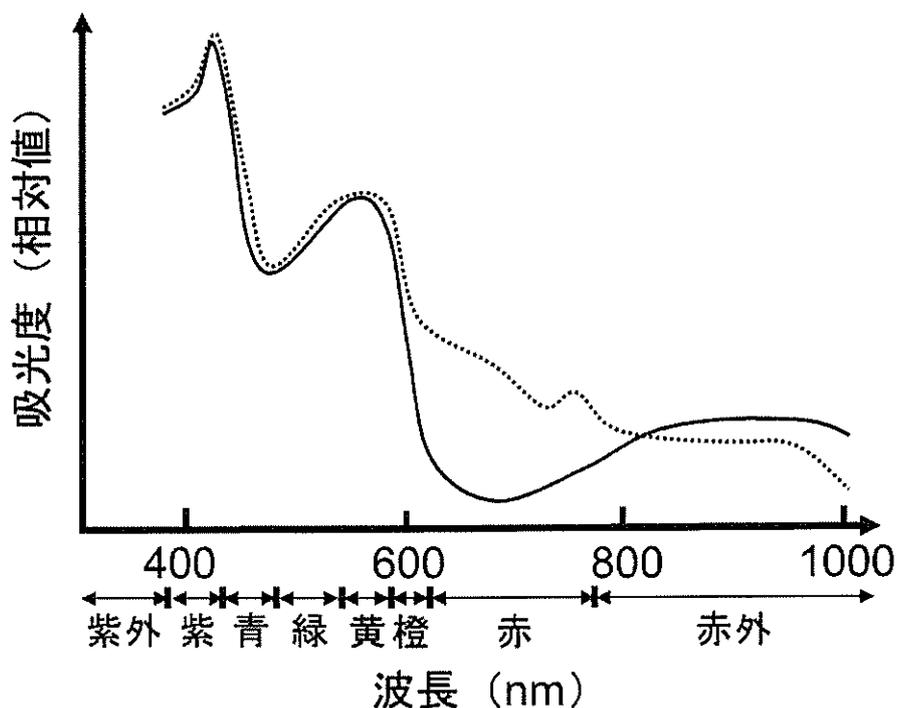
以下の問題 2 ～ 7 より3問選択して解答すること。問題 1 を含めて5問以上解答してはならない。

2 ヘモグロビンについて、小問（1）と（2）に答えよ。

（1）ヘモグロビンの立体構造と働きを、下の用語をすべて使って詳しく説明せよ。

【用語】酸素、鉄イオン、配位結合、ヘム、四次構造

（2）下のグラフの実線と点線が、それぞれ酸化型ヘモグロビンと還元型ヘモグロビンのどちらの吸収スペクトルを示しているのかを考察して説明せよ。



理工学 専攻（博士前期/修士・博士後期・前後期共通）

専門科目（理工基礎（生物科学基礎））

試験時間：（150）分

3 α グロビン遺伝子に関する以下の文章を読み、小問（1）と（2）に答えよ。

【文章】ヒトの α グロビン（HBA1）遺伝子は3つのエクソンと2つのイントロンからなり、16番染色体上に存在する。ゲノムデータベースを利用してその相同遺伝子をニワトリとツメガエルで検索した結果、それぞれヒトのHBA1遺伝子と同様のエクソン・イントロン構造からなる遺伝子が14番染色体と9番染色体に見つかった。

- （1）ゲノム上の α グロビン遺伝子の領域を、3種間で比較したときに、配列の類似性にはどのような特徴が見られるか。理由とともに説明せよ。
- （2） α グロビン遺伝子の変異速度を調べてみると、アミノ酸の変異を伴わない同義置換速度（dS）と変異を伴う非同義置換速度（dN）の比（dN/dS）は1より小さい値を示した。この結果から考えられることをできるだけ詳しく説明せよ。

4 リボソームにおける翻訳の過程について、小問（1）～（3）に答えよ。

- （1）リボソームにはA部位、P部位、E部位の3つのtRNA結合部位がある。それぞれの部位の役割と、その部位でtRNAの3'末端がどのような状態にあるのかを説明せよ。
- （2）リボソームが開始コドンを探す方法は原核生物と真核生物とで異なる。それぞれどのように開始コドンを探すのかを説明せよ。
- （3）（2）に関連して、リボソームが開始コドンを探す方法が原核生物と真核生物とでなぜ異なるのかを考察して説明せよ。

5 病原性を有するアグロバクテリウムが植物に感染すると、感染部位周辺に根頭癌腫（クラウンゴール）と呼ばれる異常増殖した植物細胞の塊が生じる。小問（1）と（2）に答えよ。

- （1）根頭癌腫が発生するメカニズムを詳細に説明せよ。
- （2）遺伝子Aを欠失したアグロバクテリウムの変異体を植物に感染させたところ、感染部位で根頭癌腫は発生したが、その根頭癌腫は本来とは異なり、葉や茎を高頻度に形成する奇形を示した。遺伝子Aはどのような遺伝子と推定されるか。

理工学 専攻（博士前期/修士・博士後期・前後期共通）

専門科目（理工基礎（生物科学基礎））

試験時間：（150）分

6 ヒトの培養細胞を材料として行った以下の2つの実験の内容を読み、小問（1）と（2）に答えよ。

【実験A】 蛍光顕微鏡と透過型電子顕微鏡を用いて、細胞周期の進行に伴う染色体の構造や細胞内分布の変化を調べた。いずれの実験でも、細胞をDNAに結合する染色試薬で処理してから観察を行った。

【実験B】 ウェスタン・ブロット法により、細胞周期の進行に伴うサイクリン依存性タンパクキナーゼのリン酸化のレベルの変化を調べた。

なお、ウェスタン・ブロット法とは、タンパク質をゲル電気泳動によって分離した後、ゲル中のタンパク質をニトロセルロース膜などに移行させ、その膜を抗体で処理することによって分離したタンパク質の中から目的のタンパク質を検出する方法である。また、サイクリン依存性タンパクキナーゼは、分子内の複数の箇所でもリン酸化されることが知られている。

- （1） 実験Aについて、2つの顕微鏡観察法を比較し、それぞれの長所と短所を染色体の観察に即して説明せよ。
- （2） 実験Bについて、なぜウェスタン・ブロット法を用いればサイクリン依存性タンパクキナーゼのリン酸化レベルが分かるのかを、具体的に説明せよ。

7 遺伝子の改変に関する以下の文章を読み、小問（1）と（2）に答えよ。

【文章】 メダカの遺伝子Aに着目して、その遺伝子をCRISPR/Cas9で改変することを試みた。CRISPR/Cas9はガイドRNA（sgRNA）とヌクレアーゼであるCas9から構成され、sgRNAが標的配列を認識して結合し、Cas9がDNAを切断する。DNA切断後、修復機構が働く際に遺伝子の改変がなされる。DNA修復のメカニズムには、相同組換えと非相同末端結合がある。

この方法でメダカの受精卵を用いて遺伝子の改変を行い、成魚まで育てたあと、ヒレの一部からDNAを抽出してジェノタイピングを行い、遺伝子を改変できたかどうかを確認した。遺伝子が改変できた個体を使って、野生型個体と掛け合わせてF1個体を得た。その後、F1個体どうしを掛け合わせてホモ変異体を作製した。

- （1） 「相同組換え」と「非相同末端結合」とは何かを、それぞれ説明せよ。
- （2） 文章中の下線部で、野生型個体と掛け合わせてF1個体を作製した理由と、その後F1個体どうしを掛け合わせてホモ変異体を作製した理由を、それぞれ説明せよ。

理工学 専攻（博士前期/修士・博士後期・前後期共通）

試験科目：（ 理工基礎（情報学基礎） ）

試験時間：（ 150 ）分

注意事項

1. 試験問題は7問（1～7）である。
この中から5問を選んで解答せよ。5問を超えて解答してはならない。
2. それぞれの解答用紙に、1問のみ解答すること。
3. 配布された5枚の解答用紙すべてに受験番号、氏名、問題番号を記入すること。
解答用紙に受験番号、氏名、問題番号の記入がない場合、その解答は無効とする。
4. 1枚の解答用紙に2問以上解答した場合にはその解答は無効となる場合がある。

OK

NG

1枚の解答用紙に1問を解答

科目：情報学基礎
1

受験番号#### 氏名 XXXX

科目：情報学基礎
2

受験番号#### 氏名 XXXX

科目：情報学基礎
1

2

受験番号#### 氏名 XXXX

1枚の解答用紙に2問以上を解答してはいけない

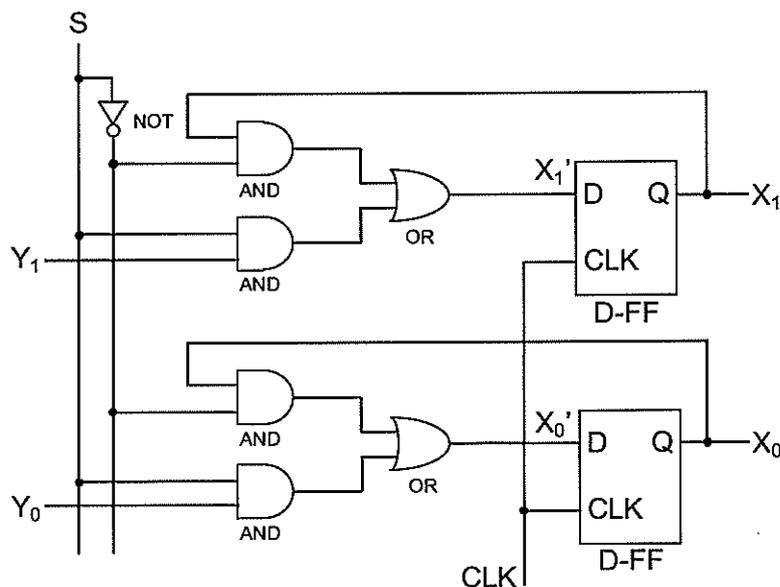
理工学 専攻（博士前期/修士・博士後期・前後期共通）

試験科目：専門科目（理工基礎（情報学基礎））

試験時間：（ 150 ）分

1

- (1) コンピュータのしくみに関して以下の問いに答えよ。
- (a) 中央処理装置（CPU）におけるプログラムカウンタとは何か説明せよ。
 - (b) コンピュータの外部記憶としてよく使用される HDD (Hard Disk Drive) と SSD (Solid State Drive) とはどのような装置か構造の違いを意識して説明せよ。また、記憶容量、読み書きの速度、振動等に対する耐性に関する特徴を説明せよ。
 - (c) コンピュータにおけるキャッシュメモリとは何か説明せよ。導入の目的も示すこと。また、キャッシュメモリは、一般的なプログラムの実行時におけるメインメモリ参照の時間的局所性と空間的局所性を用いている。このうち、空間的局所性について説明せよ。
- (2) 以下の順序回路 A は、D 型フリップフロップ（D-FF）といくつかの論理ゲートからなる回路である。D-FF は、CLK の立ち上がりエッジの時刻にある D 入力の論理（前状態）をセット（保持）し、Q 出力にその論理（次状態）を出力する。以下の問いに答えよ。
- (a) X_1' と X_0' それぞれの論理式を変数 $\{S, Y_1, Y_0\}$ (反転を含む) からなる論理積和で示せ。ただし、各項にすべての変数を含む必要はない。
 - (b) 順序回路 A は CPU 内部のある機能を実現するためによく用いられる。順序回路 A の名称を答えよ。その上で、この回路がどのように使用されるかを回路の動作に着目して説明せよ。



順序回路A

理工学 専攻（博士前期/修士・博士後期・前後期共通）

試験科目：専門科目（理工基礎（情報学基礎））

試験時間：（150）分

2

プログラミング言語について以下の設問に答えよ。

(1) 次の(a), (b)の設問に答えよ。

(a) 次の(ア)(イ)の代入文について、それぞれ逆ポーランド記法(postfix 記法)にしたものを書け。

(ア) $A = (X + Y) / Z - P$

(イ) $B = X + Y * Z + (P - Q) * R$

(b) 上の(ア)の逆ポーランド記法について、スタックを使って計算する過程を説明せよ。スタックの図も書くこと。

(2) 関数の呼び出しにおける参照渡しと値渡しについて説明せよ。

(3) 動的変数と静的変数について説明せよ。

(4) Java や Python などの高級言語は、コンパイラ、インタプリタ、中間言語の組み合わせで実行される。次の用語を全て使って、その仕組みを説明せよ。③と⑦については、これが何かができるように説明を加えること。

用語：①ソースコード、②コンパイラ、③中間言語（中間コード）、④仮想機械（仮想マシン）、⑤インタプリタ、⑥JIT コンパイラ、⑦ネイティブコード

理工学 専攻（博士前期/修士・博士後期・前後期共通）

試験科目：専門科目（理工基礎（情報学基礎））

試験時間：（150）分

3

次のC言語プログラムの に入れる複数行の命令等を示せ。可変長配列を用いても良い。

(1) 理想的な金属棒を長さ方向に間隔 h で計 s 個サンプリングした温度 $u(i)$ が double 型配列 u に格納された。標本番号を 0 始まりの添え字 i として、信号の 2 階微分の差分近似を $u''(i) \cong (u(i+1) - 2u(i) + u(i-1)) / h^2$ とする。この差分近似値の配列 $d2$ を計算する `diff2` 関数を示せ。ただし配列の境界 $d2[0]$, $d2[s-1]$ での差分近似値は 0.0 とする。

(2) 熱方程式 $\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$ をシミュレーションするため、時間刻み幅を 1 とした FTCS 差分陽解法、すなわち、一つ前の時刻 t の配列から次の時刻 $t+1$ の配列を次式で求める `ftcs` 関数を示せ。

$$u_{t+1}(i) = u_t(i) + (u_t(i+1) - 2u_t(i) + u_t(i-1)) / h^2$$

(3) この `ftcs` 関数を 100 回用いた反復計算終了後の配列値を `printf("%f ", ...)` 関数を用いて出力する `main` 関数を示せ。

```
#include <assert.h>
#include <tgmath.h>
#include <stdio.h>
void diff2(int s, const double u[s], double d2[s], double h) {
    assert(s > 2 && h > 0);
    
}

void ftcs(int s, const double u_prev[s], double u_next[s], double h) {
    assert(s > 2 && h > 1.414214);
    
}

int main(void) {
    double u[10] = {5, 4, 3, 4, 5, 4, 3, 2, 1, 0}, h = 2;
    
}
```

理工学 専攻（博士前期/修士・博士後期・前後期共通）

試験科目：専門科目（理工基礎（情報学基礎））

試験時間：（ 150 ）分

4

離散時間信号 $x(n)$ に対して

$$y(n) = \frac{1}{3}(x(n) + x(n-1) + x(n-2))$$

を出力するシステムを考える。

- (1) $y(n)$ のインパルス応答 $h(n)$ を求めよ。
- (2) $h(n)$ の z 変換を求めよ。
- (3) このシステムの周波数特性を求めよ。
- (4) このシステムの振幅特性のグラフを図示せよ。

理工学 専攻（博士前期/修士・博士後期・前後期共通）

試験科目：専門科目（理工基礎（情報学基礎））

試験時間：（150）分

5

- (1) $f(n)$ と $g(n)$ を正の整数から非負実数への関数とする。 $n > n_0 \implies f(n) < c \cdot g(n)$ となる正の実数 n_0, c が存在するとき $f(n) = O(g(n))$ であるという。正の整数から非負実数への関数を以下に7つ記す。

$$n^{1/3}, \quad n^{\log n}, \quad n(\log n)^3, \quad 2^{\sqrt{\log n}}, \quad n^{4/3}, \quad n + 10, \quad \log n$$

$f_1(n) = O(f_2(n)), f_2(n) = O(f_3(n)), \dots, f_6(n) = O(f_7(n))$ となるように上記の関数を $f_1(n), \dots, f_7(n)$ として並べ替えよ。

- (2) 以下の入力と出力で定義される計算問題を考える。

入力 正の整数 N

出力 $x^2 = N$ を満たす正の整数 x があるならばその整数, そうでないならば 0

- (a) この問題に対する2分探索アルゴリズムを, 再帰表現を使わずに記述せよ。
 (b) この問題に対する2分探索アルゴリズムを, 再帰表現を使って記述せよ。
- (3) アルファベット $\Sigma = \{a, b\}$ 上の言語のうち, 「正規表現 $(ab^+)^*$ で表される文字列」ではない文字列すべてからなる言語を L とする。ここで $+$ は「1回以上の繰り返し」を表す正規演算である。例えば L には, aa や $abaab$ などが含まれ, abb や $ababb$ は含まれない。この言語 L を認識する決定性有限オートマトンの状態遷移図を描け。また, その決定性有限オートマトンを状態集合 Q , アルファベット Σ , 状態遷移関数 $\delta: Q \times \Sigma \rightarrow Q$, 開始状態 q_0 , 受理状態 F の5つ組 $(Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$ で表すとき, Q, δ, q_0, F それぞれの値を具体的に記せ。

理工学 専攻（博士前期/修士・博士後期・前後期共通）

試験科目：専門科目（理工基礎（情報学基礎））

試験時間：（150）分

6

- (1) トランザクションの直列化可能性とはどういうことを指すのか説明せよ。
- (2) トランザクションの直列化可能性が保証されないときに発生しうる異状について説明せよ。
- (3) デッドロックについて以下の問いに答えよ。
 - (a) デッドロックとはどのような現象か説明せよ。
 - (b) デッドロックを防ぐ手法の一つである時刻印を使う方法について説明せよ。
- (4) NoSQL と関係データベースの違いを説明せよ。

理工学 専攻（博士前期/修士・博士後期・前後期共通）

試験科目：専門科目（理工基礎（情報学基礎））

試験時間：（150）分

7

次の微分方程式を解け。ただし、 x を独立変数として、 y を従属変数とする。

(1) $(1 + x^2)y^3 + (1 - y^2)x^3y' = 0$

(2) $xy' + 2y - 3xy = 0$

(3) $y' = \sin(x + y)$

(4) $(x^2 + y^2 - 1)yy' + x(x^2 + y^2 + 1) = 0$