

TEAP スコア利用型 記述問題 解答のポイント

- (1), (2) とも条件 (i), (ii) から容易に得られる。条件 (ii) の式は任意の実数 x に対して成り立つので、(2) では任意に実数 x が与えられたときに実数 $\frac{x}{2}$ に対して条件 (ii) を適用するのがポイントである。
- (3) は典型的な数学的帰納法であるが、 $n = 0$ の場合が最初の条件そのものとして成り立っていることを言及する必要がある。
- (4) は (3) を利用して「 f が 1 を超える値を取るならいくらでも大きな値を取る」ことを示すのが一般的だが、(3) を使わなくても条件 (ii) から同様の主張を導くことは可能である。それにより、 f が 1 より大きな最大値を持てば矛盾するので「最大値を持つなら 1 以下」が分かる。一方で「最大値を持つなら 1 以上」を示すには $f(0) = 1$ に言及するのが分かりやすい。
- (4) の主張は「条件 (i), (ii) を満たすどんな関数 f も、最大値を取るならその最大値が 1 である」ということであり、「条件 (i), (ii) を満たす関数全体の集合の中に最大値 1 を取る関数がある」とことは直接関係ないので、例えば定数関数 1 が条件 (i), (ii) を満たし最大値 1 を取ることを主張しても意味がない。
- (2) で f を微分して何かを示そうとした答案が一定数あったが、 f が微分できる保証はない。「最大値（最小値）とあったら微分して 0 とおく」というような解法スキルの適用ではなく、「最大値とは何か（実際にその値を取り、かつどの値もそれを超えない）」ということの根本的な理解が問われている問題である。
- (2) で「 x に関する数学的帰納法？」のような誤った議論を展開している答案が一定数あった。数学的帰納法による証明がなぜ成立するかを理解せず、文章の形として形式的に暗記しているように思う。
- $f(x) = \cos x$ は確かに条件 (i), (ii) を満たすが、この問題は (i), (ii) を満たす「任意の関数 f 」についての証明なので、 $f(x) = \cos x$ と決めて議論している答案は不正解である。さらに言うと、今回のような一般的な関数 f に対する証明問題で、「 $f(x) = ax^2 + bx + c$ とする」といった答案は同様の理由ですべて不正解である。