共通テスト併用型 記述問題　略解とポイント

(1)

$$u = \left(r + r^{-1}\right)\cos\theta, \qquad v = \left(r - r^{-1}\right)\sin\theta$$

(2) 曲線 C_1 は楕円

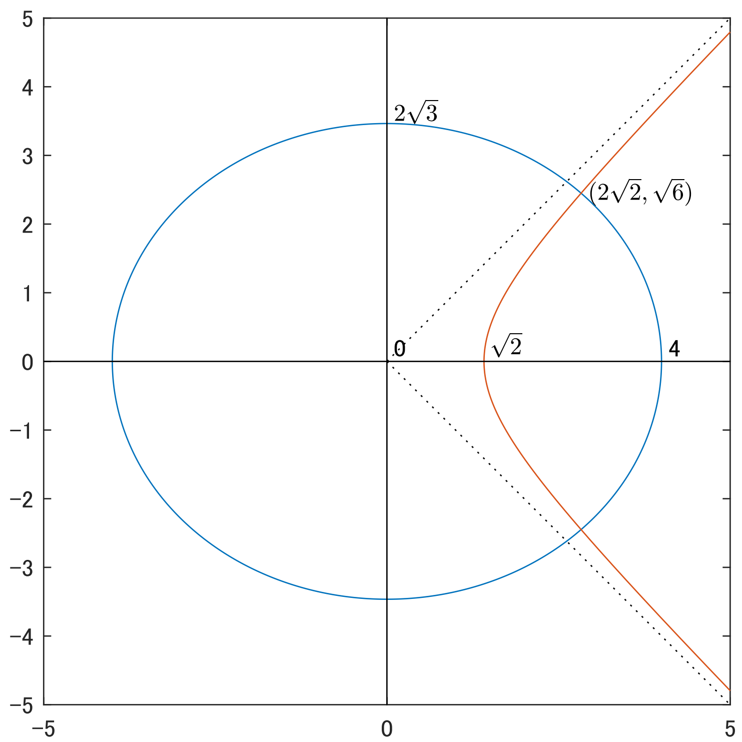
$$\left(\frac{u}{4}\right)^2 + \left(\frac{v}{2\sqrt{3}}\right)^2 = 1$$

全体であり、曲線 C_2 は $u+v=0,\ u-v=0$ を漸近線とする直角双曲線

$$u^2 - v^2 = 2$$

の $u>0$ の側の枝である。

両方を図示すると、以下のようになる。



P での C_1 の接線の傾きは $-\dfrac{\sqrt{3}}{2}$, また C_2 の接線の傾きは $\dfrac{2}{\sqrt{3}} = \dfrac{2\sqrt{3}}{3}$ である。

(3) 求める回転体の体積は

$$\pi\int_{-\sqrt{6}}^{\sqrt{6}}\left\{\left(16 - \frac{4v^2}{3}\right) - \left(v^2+2\right)\right\}dv = \frac{56}{3}\sqrt{6}\pi$$

である。

(2) の図では、C_1 が「原点中心の横長の楕円」であり、C_2 が「直角双曲線の一方の枝」であることが明確に判ることがポイントである。特に双曲線は、放物線とは明らかに異なる曲線であるのが判るように描くのが重要であり、そのためには漸近線を付記し、しかもその漸近線に確かに漸近しているように描いてあるかが採点対象となる。またどちらの曲線も滑らかであり、角が無いように描かなくてはいけない。さらに、(少なくとも正の側の) 軸との交点の座標を明記することがこの種の問題の解答では必要である。