

学部学科適性試験

実施学部	理工学部
実施学科	物質生命理工学科・機能創造理工学科・情報理工学科
試験時間	90分
試験概要	【学部共通試験】数学

(この問題冊子は7ページ，3問である。)

受験についての注意

1. 試験監督者の指示があるまで，問題冊子を開いてはならない。
2. 試験開始前に，試験監督者から指示があったら，解答用紙1ページ目の左上に氏名と受験番号を記入し，所定のマーク欄をぬりつぶすこと。
3. 試験監督者から試験開始の指示があったら，この問題冊子が，上に記したページ数どおりそろっていることを確かめること。
4. 筆記具は，HかFかHBの黒鉛筆またはシャープペンシルに限る。万年筆・ボールペンなどを使用してはならない。
5. マーク式の解答は，解答用紙の各問の選択肢の中から正解と思うものを選んで，そのマーク欄をぬりつぶすこと。
6. マークをするとき，マーク欄からはみ出したり，白い部分を残したり，文字や番号，○や×をつけたりしてはならない。また，マーク箇所以外の部分には何も書いてはならない。
7. 記述式の解答は，解答欄にでいねいに記入すること。
8. 訂正する場合は，消しゴムででいねいに消したうえで，消しきずはきれいに取り除くこと。
9. 解答用紙を折り曲げたり，破ったりしてはならない。
10. 試験監督者の許可なく試験時間中に退場してはならない。
11. 解答用紙を持ち帰ってはならない。
12. 問題冊子，計算用紙は必ず持ち帰ること。

マークによる数値解答欄についての注意

解答欄の各位の該当する数値の欄にマークせよ。その際、はじめの位の数が0のときも、必ずマークすること。

符号欄がもうけられている場合には、解答が負数の場合のみ $-$ にマークせよ。(0 または正数の場合は、符号欄にマークしない。)

分数は、既約分数で表し、分母は必ず正とする。また、整数を分数のかたちに表すときは、分母を1とする。根号の内は、正の整数であって、2以上の整数の平方でわりきれないものとする。

解答が所定欄で表すことができない場合、あるいは二つ以上の答が得られる場合には、各位の欄とも Z にマークせよ。(符号欄がもうけられている場合、 $-$ にはマークしない。)

〔解答記入例〕 ア に 7, イ に -26 をマークする場合。

	符号	10 の 位										1 の 位											
ア	-	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Z	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Z
	○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	●	○	○	○
イ	-	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Z	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Z
	●	○	○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	●	○	○	○	○

〔解答表示例〕

$-\frac{3}{2}$ を, $\frac{\boxed{}}{\boxed{}}$ にあてはめる場合 $\frac{\boxed{-3}}{\boxed{2}}$ とする。

0 を, $\frac{\boxed{}}{\boxed{}}$ にあてはめる場合 $\frac{\boxed{0}}{\boxed{1}}$ とする。

$-\frac{\sqrt{3}}{2}$ を, $\frac{\boxed{}}{\boxed{}}\sqrt{\boxed{}}$ にあてはめる場合 $\frac{\boxed{-1}}{\boxed{2}}\sqrt{\boxed{3}}$ とする。

$-x^2 + x$ を, $\boxed{}x^2 + \boxed{}x + \boxed{}$ にあてはめる場合

$\boxed{-1}x^2 + \boxed{1}x + \boxed{0}$ とする。

1 次の条件によって定められる数列 $\{a_n\}$ を考える。

$$a_1 = 1, \quad a_{n+1} = \frac{a_n + 2}{a_n + 1} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

- (1) すべての自然数 n に対し, $a_n \geq 1$ であることを証明せよ。
- (2) すべての自然数 n に対し, $a_n^2 - 2$ と $a_{n+1}^2 - 2$ が異符号であることを証明せよ。
- (3) すべての自然数 n に対し,

$$|a_{n+1}^2 - 2| \leq \frac{1}{4} |a_n^2 - 2|$$

であることを証明せよ。

- (4) 不等式

$$2 - 10^{-6} \leq a_{11}^2 \leq 2$$

が成り立つことを証明せよ。

2

- (1) $y = \tan x$ の 1 次の近似式を用いて $\tan 43.5^\circ$ の近似値を求める。小数第 3 位を四捨五入すると、

$$\tan 43.5^\circ \approx \boxed{\text{ア}} . \boxed{\text{イ}}$$

である。ただし、 $\pi = 3.14$ として用いてよい。

- (2) a を正の実数とする。実数からなる集合 A, B を次で定める。

$$A = \{x \mid |x| < a\}$$

$$B = \{x \mid x^2 - 6x - 19 \leq 0\}$$

- (i) $A \subset B$ となる必要十分条件は、

$$a \boxed{\text{あ}} \boxed{\text{う}} + \boxed{\text{え}} \sqrt{\boxed{\text{お}}} \text{ である。}$$

- (ii) $A \supset B$ となる必要十分条件は、

$$a \boxed{\text{い}} \boxed{\text{か}} + \boxed{\text{き}} \sqrt{\boxed{\text{く}}} \text{ である。}$$

$\boxed{\text{あ}}$, $\boxed{\text{い}}$ の選択肢 :

(a) = (b) < (c) \leq (d) > (e) \geq (f) \neq

- (3) a を実数とする。方程式 $z^3 - (3 - 2\sqrt{3})z^2 + az + 10\sqrt{3} = 5$ の 3 つの複素数解を複素数平面上に表す。その 3 点を結ぶ図形が 1 辺の長さが 4 の正三角形となるときの、この 3 点を虚部の大きい順に $A(z_1)$, $B(z_2)$, $C(z_3)$ とする。ただし、 z_2 の実部は z_1 の実部より小さい。このとき、

$$z_1 = \boxed{\text{ケ}} + \boxed{\text{コ}} i,$$

$$z_2 = \left(\boxed{\text{サ}} + \boxed{\text{シ}} \sqrt{\boxed{\text{ス}}} \right) + \boxed{\text{セ}} i,$$

$$z_3 = \boxed{\text{ソ}} + \boxed{\text{タ}} i$$

である。

線分 AB の中点を M とし、 C を中心として A を角 θ だけ回転した点を D とする。ただし、 $0 \leq \theta < \pi$ とする。

- (i) C, D, M が同一直線上にあるとき、 D を表す複素数は

$$\boxed{\text{チ}} + \left(\boxed{\text{ツ}} + \boxed{\text{テ}} \sqrt{\boxed{\text{ト}}} \right) i \text{ である。}$$

- (ii) $\angle MCD = \frac{\pi}{4}$ であるとき、 D を表す複素数は

$$\boxed{\text{う}} + \boxed{\text{え}} i \text{ である。}$$

$\boxed{\text{う}}$, $\boxed{\text{え}}$ の選択肢 :

- | | | |
|--------------------------------|--------------------------------|--------------------------------|
| (a) $1 + \sqrt{2} + \sqrt{6}$ | (b) $1 + \sqrt{2} - \sqrt{6}$ | (c) $1 - \sqrt{2} + \sqrt{6}$ |
| (d) $1 - \sqrt{2} - \sqrt{6}$ | (e) $-1 + \sqrt{2} + \sqrt{6}$ | (f) $-1 + \sqrt{2} - \sqrt{6}$ |
| (g) $-1 - \sqrt{2} + \sqrt{6}$ | (h) $-1 - \sqrt{2} - \sqrt{6}$ | (i) $2 + \sqrt{2} + \sqrt{6}$ |
| (j) $2 + \sqrt{2} - \sqrt{6}$ | (k) $2 - \sqrt{2} + \sqrt{6}$ | (l) $2 - \sqrt{2} - \sqrt{6}$ |
| (m) $-2 + \sqrt{2} + \sqrt{6}$ | (n) $-2 + \sqrt{2} - \sqrt{6}$ | (o) $-2 - \sqrt{2} + \sqrt{6}$ |
| (p) $-2 - \sqrt{2} - \sqrt{6}$ | | |

3 座標空間内において,

$$0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1, z = 0$$

の表す xy 平面上の領域に, 不透明で厚みの無視できる 1 辺の長さが 1 の正方形の板 P が置いてあり, 点 $L(0, 0, 2)$ に点光源がある。板 P を, x 軸を回転軸として, z 座標が正の側に角 θ だけ回転させたとき, xy 平面上で板 P の影になる領域を D とする。ただし, $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ とする。

(1) D の形状は である。

の選択肢 :

- (a) 正方形 (b) 正方形でない長方形
(c) 長方形でない平行四辺形 (d) 平行四辺形でない台形
(e) 台形でない四角形

(2) D に属する点の y 座標の最大値を a とする。 a は $\sin \theta = \frac{\text{ナ}}{\text{ニ}}$

のとき最大となる。このとき $a = \frac{\text{ヌ}}{\text{ネ}} \sqrt{\text{ノ}}$ であり,

原点から最も遠い D 上の点の x 座標は $\frac{\text{ハ}}{\text{ヒ}}$ である。

(3) D の面積は $\sin \theta = \frac{\boxed{\text{フ}}}{\boxed{\text{ヘ}}}$ のとき最大となる。

このとき D の面積は $\frac{\boxed{\text{ホ}}}{\boxed{\text{マ}}} \sqrt{\boxed{\text{ミ}}}$ である。

