

理工学 専攻 (博士前期/修士)

試験科目: 専門科目 ( 理工基礎 (機械工学基礎) )

1) ←

1)  $Ax = \lambda x$ に $A$ ,  $\lambda = -2$ と $x = \begin{bmatrix} -1 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix}$ を代入すると←

$a = 0$ ,  $b = 1$ が得られる。←

2)  $\lambda_i \phi_i = A\phi_i$ を解くと、以下の固有値と固有ベクトルが得られる。←

$$\phi_1 = \frac{\sqrt{3}}{3} \begin{bmatrix} -1 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix}, \phi_2 = \frac{\sqrt{2}}{2} \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \phi_3 = \frac{\sqrt{2}}{2} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \leftarrow$$

←

$$4) P = \begin{bmatrix} -\frac{\sqrt{3}}{3} & -\frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} \\ -\frac{\sqrt{3}}{3} & \frac{\sqrt{2}}{2} & 0 \\ \frac{\sqrt{3}}{3} & 0 & \frac{\sqrt{2}}{2} \end{bmatrix}, D = \begin{bmatrix} -2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \leftarrow$$

←

$$5) 4A^5 - 7A^3 + 8A^2 - 14A - 10I = \begin{bmatrix} -20 & -1 & 1 \\ -1 & -20 & 1 \\ 1 & 1 & -20 \end{bmatrix} \leftarrow$$

理工学 専攻 (博士前期/修士)

試験科目: 専門科目 (理工基礎 (機械工学基礎) )

2)

(1)  $F(x, y) = (x^2 + y^2)^2 - a^2(x^2 - y^2) = 0$  ( $a > 0$ ) で定義される  $x$  の関数  $y$  の極値を求めよ。

解答

$F_x(x, y) = 4x(x^2 + y^2) - 2a^2x$  連立方程式  $F(x, y) = 0, F_x(x, y) = 0$  を解く。

$F_x(x, y) = 0$  から  $x = 0, x^2 + y^2 = \frac{a^2}{2}$ , これを  $F(x, y) = 0$  に代入。

$x = 0, y = 0, x = \pm \frac{\sqrt{3}a}{2\sqrt{2}}, y = \pm \frac{a}{2\sqrt{2}}; x = \pm \frac{\sqrt{3}a}{2\sqrt{2}}, y = \pm \frac{a}{2\sqrt{2}}$

$x = \pm \frac{\sqrt{3}a}{2\sqrt{2}}, y = \pm \frac{a}{2\sqrt{2}}$  のとき  $- \frac{F_{xx}}{F_{yy}} < 0$

$x = \pm \frac{\sqrt{3}a}{2\sqrt{2}}, y = \pm \frac{a}{2\sqrt{2}}$  のとき  $- \frac{F_{xx}}{F_{yy}} > 0$

$x = \pm \frac{\sqrt{3}a}{2\sqrt{2}}$  のとき  $y = \pm \frac{a}{2\sqrt{2}}$  は極大値および  $y = \mp \frac{a}{2\sqrt{2}}$  で極小値をとる。

2) 2)

解:  $\frac{dy}{dx} = \frac{x^2 + y^2}{2xy} = \frac{1 + (\frac{y}{x})^2}{2(\frac{y}{x})}$

同時形である。

$u(x) = \frac{y(x)}{x}$  とおいておくと。

$\frac{dy}{dx} = 1 \frac{du}{dx} + u^2$

$x \frac{du}{dx} + u = \frac{1 + u^2}{2u}$

すなわち。

$\frac{du}{dx} = \frac{1 - u^2}{2xu}$

$u$  についての変数分離型となり、解くと。

$\int \frac{2u}{u^2 - 1} du = - \int \frac{dx}{x}$

$\therefore \log|u^2 - 1| = -\log|x| + c$

$(u^2 - 1)x = c, c \neq 0$

$u(x) = \frac{y}{x}$  なので。

$y^2 - x^2 = cx$

2) 3)

[解答例]

2つの球の交線は、 $x^2 + y^2 + z^2 = 4, x^2 + y^2 + (z-1)^2 = 2$  を連立させて。

$$x^2 + y^2 = \frac{7}{4}, z = \frac{3}{2}$$

となる。よって求める体積は。

$$D = \{(x, y) | x^2 + y^2 \leq \frac{7}{4}\}$$

となる。問題の立体の上の面は、下側にある球  $x^2 + y^2 + z^2 = 4$  の上側の面、下の面は上側にある球  $x^2 + y^2 + (z-1)^2 = 2$  の下側の面にあるので、それぞれ。

$z = \sqrt{4 - x^2 - y^2}, z = 1 - \sqrt{2 - x^2 - y^2}$  である。

従って求める体積は。

$$\begin{aligned} & \iint_D (\sqrt{4 - x^2 - y^2} - (1 - \sqrt{2 - x^2 - y^2})) dx dy \\ &= \int_0^{2\pi} d\theta \int_0^{\sqrt{7/4}} (\sqrt{4 - r^2} - 1 + \sqrt{2 - r^2}) r dr = \frac{15 + 16\sqrt{2}}{12} \pi. \end{aligned}$$

である。

4)

関数  $f(z) = \frac{z+1}{z^2-2z}$  の特異点は  $z = 0, 2$  の2点であるが、経路  $C$  の内部に含まれるのは  $z = 0$ のみである。

点  $z = 0$  は3位の極であり、留数は以下のように求められる。

$$\text{Res } f(z) = \frac{1}{2!} \lim_{z \rightarrow 0} \left[ \frac{d^2}{dz^2} \left\{ (z-0)^3 \frac{z+1}{z^2(z-2)} \right\} \right]$$

$$= \frac{1}{2} \lim_{z \rightarrow 0} \frac{d^2}{dz^2} \left( \frac{z+1}{z-2} \right)$$

$$= \frac{1}{2} \lim_{z \rightarrow 0} \frac{6}{(z-2)^3}$$

$$= -\frac{3}{8}$$

留数定理より。

$$\int_C f(z) dz = 2\pi i \left( -\frac{3}{8} \right) = -\frac{3}{4} \pi i$$

理工学 専攻 (博士前期/修士)

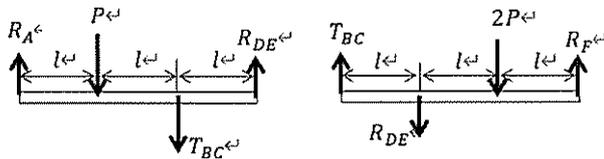
試験科目: 専門科目 ( 理工基礎 (機械工学基礎) )

3

(1)

構造全体の力のつり合い式  $R_A + R_F = 3P$

フリーボディダイヤグラム



棒 AD において

D 点におけるモーメントのつり合い式  $R_A \times 3l = P \times 2l + T_{BC} \times l$

棒 CF において

C 点におけるモーメントのつり合い式  $T_{BC} \times l + 2P \times l = R_F \times 2l$

上記の 3 つの式を連立させると

$$R_A = \frac{6}{5}P, \quad R_F = \frac{9}{5}P, \quad T_{BC} = \frac{8}{5}P$$

となる。

(2)

慣性モーメントを  $I$ , 回転角を  $\theta$ , 摩擦力を  $f = \mu mg \cos \phi$  として並進回転の運動方程式を考えると,

$$m\ddot{x} = mg \sin \phi - \mu mg \cos \phi, \quad I\ddot{\theta} = \mu mg a \cos \phi$$

滑らずに回転するときは  $x = a\theta$  が成り立つので,

$$mI\ddot{x} = mgI(\sin \phi - \mu \cos \phi), \quad maI\ddot{\theta} = \mu a^2 m^2 g \cos \phi$$

$$mgI(\sin \phi - \mu \cos \phi) = \mu a^2 m^2 g \cos \phi$$

$$I(\sin \phi - \mu \cos \phi) = \mu ma^2 \cos \phi$$

$$I(\tan \phi - \mu) = \mu ma^2$$

$$\tan \phi = \mu \left( 1 + \frac{ma^2}{I} \right)$$

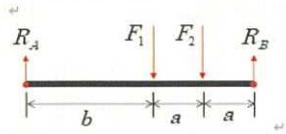
球の場合  $I = \frac{2}{5}ma^2$  なので, 斜面の角度が  $\phi = \tan^{-1} \frac{7}{5}\mu$  を超えると滑りはじめる。

理工学 専攻 (博士前期/修士)

試験科目: 専門科目 (理工基礎 (機械工学基礎) )

4 【材料力学】

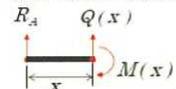
自由体図 (FBD) を描くと次の図の通り。



鉛直方向の力 (上向き正) のつり合い  
 $R_A + R_B - F_1 - F_2 = R_A + R_B - Mg = 0$   
 はりの左端まわりの力のモーメント (時計回り正) のつりあい  
 $F_1 \times b + F_2 \times (a+b) - R_B \times (2a+b) = 0$   
 二つの式を連立させて  $R_A, R_B$  を解くと

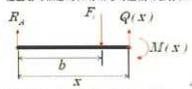
$$R_A = \frac{5a}{3(2a+b)} Mg, \quad R_B = \frac{a+3b}{3(2a+b)} Mg$$

はりの左端を原点とし右向き正の  $x$  座標を設定する。  
 ・ 区間  $[0, b]$   
 位置  $x$  で仮想的に切断して左側の部分について自由体図 (FBD) を描くと



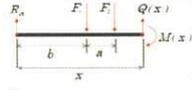
鉛直方向の力 (上向き正) のつり合い  
 $R_A + Q(x) = 0$   
 はりの左端まわりの力のモーメント (時計回り正) のつりあい  
 $M(x) - Q(x)x = 0$   
 二つの式から  $Q, M$  を求めると  
 $Q(x) = -\frac{5a}{3(2a+b)} Mg$   
 $M(x) = -\frac{5a}{3(2a+b)} Mgx$

・ 区間  $[b, a+b]$   
 位置  $x$  で仮想的に切断して左側の部分について自由体図 (FBD) を描くと



鉛直方向の力 (上向き正) のつり合い  
 $R_A + Q(x) - F = 0$   
 はりの左端まわりの力のモーメント (時計回り正) のつりあい  
 $M(x) = F \times b - Q(x)x = 0$   
 二つの式から  $Q, M$  を求めると  
 $Q(x) = \frac{2b-a}{3(2a+b)} Mg$   
 $M(x) = \frac{2b-a}{3(2a+b)} Mgx - \frac{2Mgb}{3}$

・ 区間  $[a+b, 2a+b]$   
 位置  $x$  で仮想的に切断して左側の部分について自由体図 (FBD) を描くと

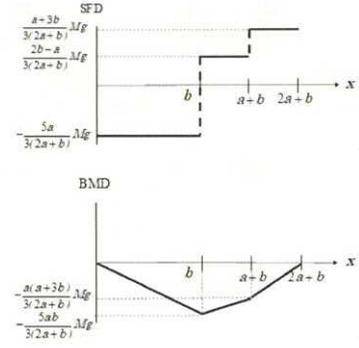


鉛直方向の力 (上向き正) のつり合い  
 $R_A + Q(x) - F_1 - F_2 = 0$   
 はりの左端まわりの力のモーメント (時計回り正) のつりあい  
 $M(x) = F_1 \times b + F_2 \times (a+b) - Q(x)x = 0$   
 二つの式から  $Q, M$  を求めると  
 $Q(x) = \frac{a+3b}{3(2a+b)} Mg$   
 $M(x) = \frac{a+3b}{3(2a+b)} Mgx - \frac{Mg}{3}(a+3b)$

以上まとめると

区間	$Q(x)$	$M(x)$
$0 \leq x < b$	$-\frac{5a}{3(2a+b)} Mg$	$-\frac{5a}{3(2a+b)} Mgx$
$b \leq x < a+b$	$\frac{2b-a}{3(2a+b)} Mg$	$\frac{2b-a}{3(2a+b)} Mgx - \frac{2Mgb}{3}$
$a+b \leq x \leq 2a+b$	$\frac{a+3b}{3(2a+b)} Mg$	$\frac{a+3b}{3(2a+b)} Mgx - \frac{Mg}{3}(a+3b)$

Q, M の分布 (SFD, BMD) を図示すると



BMD より曲げモーメントの大きさは、 $x=b$  のとき、最大値  $\frac{5ab}{3(2a+b)} Mg$  をとる。  
 したがって、はりに発生する曲げ応力の最大値は、はり断面係数が一定であるので、  
 $\frac{5ab}{3(2a+b)} Mg$  となる。

理工学 専攻 (博士前期/修士)

試験科目: 専門科目 (理工基礎 (機械工学基礎) )

## 5【機械力学】

(1) ←

張力を  $T$  とすると, 運動方程式は以下ようになる. ←

$$m_A \ddot{x}_A = m_A g \sin \alpha - T \quad \leftarrow$$

$$m_B \ddot{x}_B = T - m_B g \sin \beta \quad \leftarrow$$

滑車 C の慣性力を無視できるので, ←

$$\ddot{x}_A = \ddot{x}_B \quad \leftarrow$$

よって, ←

$$\ddot{x}_A = \frac{m_A g \sin \alpha - m_B g \sin \beta}{m_A + m_B} \quad \leftarrow$$

(2) ←

それぞれの張力を  $T_A$ ,  $T_B$  とすると, 運動方程式は以下ようになる. ←

$$m_A \ddot{x}_A = m_A g \sin \alpha - T_A \quad \leftarrow$$

$$m_B \ddot{x}_B = T_B - m_B g \sin \beta \quad \leftarrow$$

$$J \ddot{\theta} = T_A r - T_B r \quad \leftarrow$$

上記の式より, ←

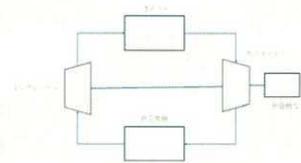
$$\ddot{x}_A = \frac{m_A g \sin \alpha - m_B g \sin \beta}{m_A + m_B + \frac{J}{r^2}} \quad \leftarrow$$

理工学 専攻 (博士前期/修士)

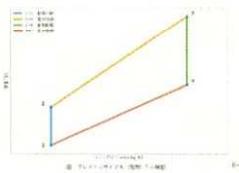
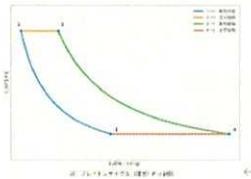
試験科目: 専門科目 (理工基礎 (機械工学基礎) )

6 【熱工学】

1) ㊦



(2) ㊦



(3) ㊦

理論熱効率は次式で定義される。

$$\eta = 1 - \frac{q_{out}}{q_{in}}$$

圧縮過程では、比熱一定とすると

$$q_{in} = c_p(T_3 - T_2), \quad q_{out} = c_p(T_4 - T_1)$$

したがって

$$\eta = 1 - \frac{T_4 - T_1}{T_3 - T_2}$$

断熱変化 1→2, 3→4 に対して、断熱変化の式より

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} = \phi^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}$$

$$\frac{T_4}{T_3} = \left(\frac{p_4}{p_3}\right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} = \phi^{-\frac{\kappa-1}{\kappa}}$$

したがって

$$T_2 = T_1 \phi^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}, \quad T_4 = T_3 \phi^{-\frac{\kappa-1}{\kappa}}$$

各式を

$$\eta = 1 - \frac{T_4 - T_1}{T_3 - T_2}$$

に代入すると、分子・分母は共通因子をもち、初期温度  $T_1$  と最高温度  $T_3$  に依存せず

$$\eta = 1 - \phi^{-\frac{\kappa-1}{\kappa}}$$

と得る。

理工学 専攻 (博士前期/修士)

試験科目：専門科目 (理工基礎 (機械工学基礎) )

## 7 流体力学

①エンジンの入口断面と出口断面を境界とし、エンジンを囲むように検査体積を取る。図の右向きを正とする。エンジンから検査体積内部の流体に作用する力を $F^*$ とし、運動量理論を適用すると

$$\text{推} F^* = (m_a + m_f)(u_1 + u_2) - m_a u_1$$

$$F = -F^*$$

$$= m_a u_1 - (m_a + m_f)(u_1 + u_2)$$

②  $-m_a u_2 - m_f(u_1 + u_2)$  として、エンジン、逆噴射の噴流を囲むように検査体積を取る。検査体積内部の流体に作用する力を $F_B^*$ とし、運動量理論を適用すると

$$\text{制} F_B^* = -(m_a + m_f)(u_1 + u_2) \cos \theta - m_a u_1$$

$$F_B = -F_B^* = (m_a + m_f)(u_1 + u_2) \cos \theta + m_a u_1$$

理工学 専攻 (博士前期/修士)

試験科目: 専門科目 (理工基礎 (機械工学基礎) )

8 【精密工学】

- 正弦波プロファイルの場合: ←

$$z(x) = A_0 \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda} x\right)$$

$$Ra = \frac{1}{L} \int_0^L |z(x)| dx = \frac{1}{L} \int_0^L \left| A_0 \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda} x\right) \right| dx$$

$$Ra = \frac{4}{\lambda} \int_0^{\lambda/4} \left| A_0 \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda} x\right) \right| dx \rightarrow \frac{4}{\lambda} \left[ -A_0 \frac{\lambda}{2\pi} \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda} x\right) \right]_0^{\lambda/4}$$

$$\rightarrow \left[ \frac{-2A_0}{\pi} \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda} x\right) \right]_0^{\lambda/4} \quad \therefore Ra = \frac{2A_0}{\pi}$$

$$Rq^2 = \frac{1}{L} \int_0^L z(x)^2 dx = \frac{1}{L} \int_0^L A_0^2 \sin^2\left(\frac{2\pi}{\lambda} x\right) dx$$

$$Rq^2 = \frac{4}{\lambda} \int_0^{\lambda/4} A_0^2 \left[ \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cos\left(\frac{4\pi}{\lambda} x\right) \right] dx$$

$$Rq^2 = \frac{2A_0^2}{\lambda} \left[ x - \frac{\lambda}{4\pi} \sin\left(\frac{4\pi}{\lambda} x\right) \right]_0^{\lambda/4} \quad \therefore Rq = \frac{A_0}{\sqrt{2}}$$

- 三角形プロファイルの場合: ←

$$\textcircled{a} \ x \leq \frac{\lambda}{4} \rightarrow z(x) = \frac{4A_1}{\lambda} x$$

$$\textcircled{b} \ \frac{\lambda}{4} \leq x \leq \frac{3\lambda}{4} \rightarrow z(x) = 2A_1 \left( 1 - \frac{2}{\lambda} x \right)$$

$$\textcircled{c} \ \frac{3\lambda}{4} \leq x \leq \lambda \rightarrow z(x) = 4A_1 \left( -1 + \frac{1}{\lambda} x \right)$$

$$Ra = \frac{1}{L} \int_0^L |z(x)| dx = \frac{4}{\lambda} \int_0^{\lambda/4} \left| \frac{4A_1}{\lambda} x \right| dx$$

$$Ra = \frac{4}{\lambda} \left[ \frac{4A_1}{2\lambda} x^2 \right]_0^{\lambda/4} \rightarrow \therefore Ra = \frac{A_1}{2}$$

$$Rq^2 = \frac{1}{L} \int_0^L z(x)^2 dx = \frac{1}{L} \int_0^L \left( \frac{4A_1}{\lambda} x \right)^2 dx$$

$$Rq^2 = \frac{4}{\lambda} \left[ \frac{16A_1^2}{3\lambda^2} x^3 \right]_0^{\lambda/4}$$

$$Rq^2 = \frac{A_1^2}{3} \rightarrow \therefore Rq = \frac{A_1}{\sqrt{3}}$$

- 同じ  $Ra$  の場合  $\Rightarrow A_0 = \frac{\pi}{4} A_1$  ←

- 同じ  $Rq$  の場合  $\Rightarrow A_0 = \sqrt{\frac{2}{3}} A_1$  ←

理工学 専攻 (博士前期/修士)

試験科目: 専門科目 (理工基礎 (機械工学基礎))

9 【制御工学】

1つ目の加え合わせ点において:

$$E(s) = U(s) - Y(s), \quad Y(s) = X_1(s)$$

2つ目の加え合わせ点において-

入力  $X_2(s) - X_3(s)$  がプラント  $G_p = \frac{3}{s(s+1)}$  に入るので-

$$X_2(s) - X_3(s) = \frac{3}{s(s+1)} X_1(s)$$

また,  $X_1(s)$  が  $s$  を通ってフィードバック信号  $X_3(s)$  になるので-

$$X_3(s) = sX_1(s)$$

①  $G_o(s) = \frac{Y(s)}{E(s)}$  を求めよ.

まず-

$$X_2(s) = \frac{k}{s+3} E(s)$$

内側ループを整理すると-

$$\frac{X_1}{X_2} = \frac{G_p}{1 + G_p H} = \frac{\frac{3}{s(s+1)}}{1 + \frac{3}{s(s+1)} \cdot s} = \frac{\frac{3}{s(s+1)}}{1 + \frac{3}{s+1}} = \frac{3}{s(s+4)}$$

よって-

$$G_o(s) = \frac{X_1}{E} = \frac{X_1 X_2}{X_2 E} = \frac{3}{s(s+4)} \cdot \frac{k}{s+3} = \frac{3k}{s(s+3)(s+4)}$$

②  $G_c(s) = \frac{Y(s)}{U(s)}$  を求めよ.

外側は単位負帰還なので-

$$G_c(s) = \frac{G_o(s)}{1 + G_o(s)} = \frac{\frac{3k}{s(s+3)(s+4)}}{1 + \frac{3k}{s(s+3)(s+4)}} = \frac{3k}{s(s+3)(s+4) + 3k}$$

$$s(s+3)(s+4) + 3k = s(s^2 + 7s + 12) + 3k = s^2 + 7s^2 + 12s + 3k$$

より-

$$G_c(s) = \frac{3k}{s^2 + 7s^2 + 12s + 3k}$$

③ 安定となる  $k$  の条件-

特性多項式:-

$$s^2 + 7s^2 + 12s + 3k$$

3次のラウス・フルビッツの安定判別法より-

• 係数正:  $3k > 0 \Rightarrow k > 0$

•  $a_2 a_1 > a_2 a_0$ :  $7 \cdot 12 > 1 \cdot 3k \Rightarrow 84 > 3k \Rightarrow k < 28$

したがって-

$$0 < k < 28$$

④ 状態方程式表示を1つ求めよ ( $x = [x_1, x_2, x_3]^T$ )

図の信号定義 (そのまま状態に採用) :-

•  $x_1(t) \leftrightarrow X_1(s)$  (出力)

•  $x_2(t) \leftrightarrow X_2(s)$

•  $x_3(t) \leftrightarrow X_3(s) = sX_1(s) \Rightarrow x_3 = \dot{x}_1$

プラント  $\frac{3}{s(s+1)}$  より-

$$(s^2 + s)X_1 = 3(X_2 - X_3) \Rightarrow \dot{x}_1 + x_1 = 3(x_2 - x_3)$$

かつ  $x_3 = \dot{x}_1$  なので  $\dot{x}_1 = x_3$ ,  $x_3 = \dot{x}_1$  を用いて-

$$x_3 = 3x_2 - 4x_3$$

また  $\frac{k}{s+3}$  より-

$$(s+3)X_2 = kE, E = U - X_1 \Rightarrow \dot{x}_2 = -3x_2 + k(u - x_1)$$

よって-

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_3 \\ \dot{x}_2 &= -3x_2 + kx_1 - kx_3 \\ \dot{x}_3 &= 3x_2 - 4x_3 \\ y &= x_1 \end{aligned}$$

行列で書くと-

$$\dot{x} = Ax + Bu, y = Cx$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ -k & -3 & 0 \\ 0 & 3 & -4 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ k \\ 0 \end{bmatrix}, C = [1 \ 0 \ 0]$$

⑤  $k=1$  のとき可制御か-

$k=1$  とすると-

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ -1 & -3 & 0 \\ 0 & 3 & -4 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

可制御行列  $U_c = [B \ AB \ A^2B]$  は-

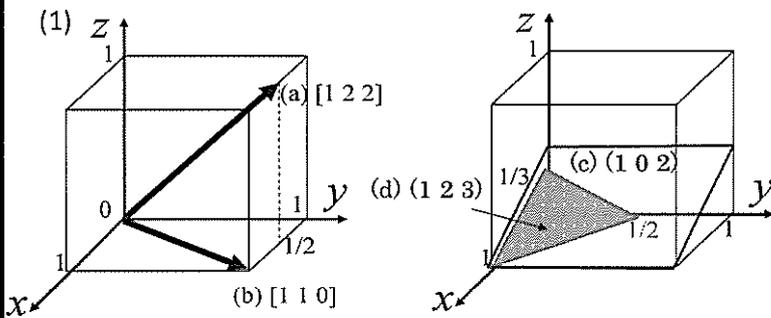
$$U_c = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 3 \\ 1 & -3 & 9 \\ 0 & 3 & -21 \end{bmatrix}$$

$\det(U_c) = 9 \neq 0$  より  $\text{rank} U_c = 3$ . したがってシステムは可制御である.

理工学 専攻 (博士前期/修士)

試験科目：専門科目 (理工基礎 (機械工学基礎) )

10 材料科学



(2)

- ・原子数：4個
- ・配位数12個

(3)

- ・弾性変形は、外力によって原子間距離がわずかに伸縮する現象。
- ・塑性変形は、外力がさらに大きくなり弾性変形後に起こる変形で、転位が滑ることで原子が元の位置に戻れなくなる現象。

(4)

- ①  $Kt=3.35$
- ②  $\sigma_{\max}=100.7\text{MPa}$
- ③ 298N

理工学 専攻

( 博士前期 / 修士・博士後期・前後期共通 )

試験科目：第 外国語 ( ) / 専門科目 ( 理工基礎 (電気・電子工学基礎) )

試験時間： ( 150 ) 分

1

(1)  $C \exp(-2x) + 2$

(2) (a) -1

(b)  $|M_{11}| = 0, |M_{12}| = 0, |M_{13}| = -1, |M_{21}| = -1, |M_{22}| = -1, |M_{23}| = 1, |M_{31}| = -1,$

$|M_{32}| = 0, |M_{33}| = 1$

(c)  $\begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \\ -1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$

(d)  $\begin{pmatrix} 0 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$

(3) (a) のこぎり状の周期  $2\pi$  の周期関数。奇関数 (b)  $\sum_{n=1}^{\infty} \left[ \frac{2}{n} (-1)^n \sin(nx) \right]$  (c)  $\frac{\pi}{4}$

2

(1) (a)  $\frac{4\pi\epsilon_0\epsilon a(a+b)}{\epsilon a + \epsilon_0 b}$

(b)  $\frac{(\epsilon a + \epsilon_0 b) Q^2}{8\pi\epsilon_0\epsilon a(a+b)}$

(2) (a)  $4\pi\epsilon a$

(b)  $\frac{Q^2}{8\pi\epsilon a}$

(3)  $\frac{(\epsilon - \epsilon_0) Q^2}{8\pi\epsilon_0\epsilon(a+b)}$

3

(1)  $\oint_C \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} = \mu_0 \int_S \mathbf{J} \cdot d\mathbf{S}$

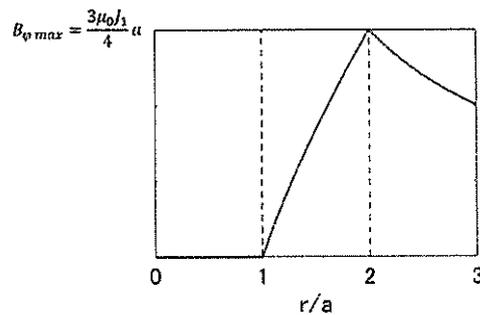
(2)  $B_\phi = 0$  :  $r < a$

$B_\phi = \frac{\mu_0 J_1}{2} \left( r - \frac{a^2}{r} \right)$  :  $a \leq r < 2a$

$B_\phi = \frac{3\mu_0 J_1 a^2}{2r}$  :  $2a \leq r < 3a$

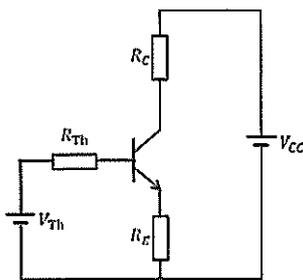
最大値は  $B_{\phi \max} = \frac{3\mu_0 J_1}{4} a$  :  $r = 2a$

(3)  $|z/J_1| = 12/13$



4

(1)



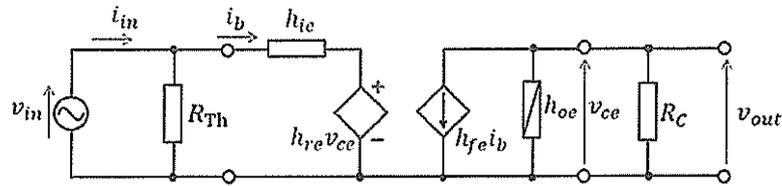
$R_{Th} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = 375 \Omega$

$V_{Th} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} V_{CC} = 3.75 \text{ V}$

直流負荷線の式  $I_C = -\frac{1}{2010} V_{CE} + \frac{10}{2010} \text{ [A]} \cong -0.5 V_{CE} + 5 \text{ [mA]}$

直流動作点 : 4 V, 3 mA

(2)



(3)

$$A_V = \frac{-R_C h_{fe}}{h_{ie}(1+R_C h_{oe}) - R_C h_{re} h_{fe}}$$

5

$$(1) i(0) = \frac{E}{R_1 + R_2 + R_3}, \quad v_c(0) = 0$$

$$(2) \quad 0 \leq t < t_1: i(t) = \frac{E}{R_1 + R_2 + R_3} e^{-\frac{t}{(R_1 + R_2 + R_3)C}} \quad t_1 \leq t < t_2: i(t) = \frac{E}{R_1 + R_2} e^{-\frac{t_1}{(R_1 + R_2 + R_3)C}} * e^{-\frac{t-t_1}{(R_1 + R_2)C}}$$

$$t_2 \leq t: i(t) = 0$$

(3) (2)で得られた関数に従い,  $0 \leq t < t_1$ では電流値 $\frac{E}{R_1 + R_2 + R_3}$ から負の指数特性で減少し,  $t_1 \leq t < t_2$ では電流値 $\frac{E}{R_1 + R_2} e^{-\frac{t_1}{(R_1 + R_2 + R_3)C}}$ から負の指数特性で減少する。 $t_2 \leq t$ では常に電流値は0の波形を描く。

6

$$(1) P_1 = 300 \text{ W} \quad P_2 = 200 \text{ W}$$

(2)  $i$ は $\dot{E}$ より遅れ。 $\dot{V}_R$ は $\dot{i}$ と同相。 $\dot{V}_X$ は $\dot{i}$ より $\pi/2$ 進み。 $\dot{V}_{X2}$ は $\dot{V}_{R2}$ より $\pi/2$ 進み。四つの電圧ベクトルの和が $\dot{E}$ と等しい。

工学 専攻（博士前期/修士・博士後期・前後期共通）

試験科目：第 外国語（ ） / 専門科目（ 理工基礎（化学基礎） ）

試験時間：（ 150 ）分

1

問 1

$\text{H}_2\text{O} : 18.0 \text{ g/mol}, \text{C}_2\text{H}_5\text{OH} : 46.0 \text{ g/mol}$

$\text{H}_2\text{O} : 54.0 \text{ g} / 18 \text{ g mol}^{-1} = 3.00 \text{ mol}, \text{C}_2\text{H}_5\text{OH} : 230 \text{ g} / 46.0 \text{ g mol}^{-1} = 5.00 \text{ mol}$

$x_{\text{H}_2\text{O}} = 3 / 8 = 0.375, x_{\text{C}_2\text{H}_5\text{OH}} = 5 / 8 = 0.625$

$V_{\text{H}_2\text{O}} = 14 \text{ cm}^3\text{mol}^{-1} + 4 \text{ cm}^3\text{mol}^{-1} \times 0.375 = 15.5 \text{ cm}^3\text{mol}^{-1}$

$V_{\text{C}_2\text{H}_5\text{OH}} = 52 \text{ cm}^3\text{mol}^{-1} + 6 \text{ cm}^3\text{mol}^{-1} \times 0.625 = 55.75 \text{ cm}^3\text{mol}^{-1}$

$V = V_{\text{H}_2\text{O}} \times n_{\text{H}_2\text{O}} + V_{\text{C}_2\text{H}_5\text{OH}} \times n_{\text{C}_2\text{H}_5\text{OH}} = 15.5 \text{ cm}^3\text{mol}^{-1} \times 3.00 \text{ mol} + 55.75 \text{ cm}^3\text{mol}^{-1} \times 5.00 \text{ mol}$   
 $= 46.5 \text{ cm}^3 + 278.75 \text{ cm}^3 = 325.25 \text{ cm}^3 = \underline{3.25 \times 10^2 \text{ cm}^3}$

問 2

$2.30 \text{ kPa} \times x_{\text{H}_2\text{O}} + 5.60 \text{ kPa} \times x_{\text{C}_2\text{H}_5\text{OH}} = 4.00 \text{ kPa}$

$2.30 \text{ kPa} \times (1 - x_{\text{C}_2\text{H}_5\text{OH}}) + 5.60 \text{ kPa} \times x_{\text{C}_2\text{H}_5\text{OH}} = 4.00 \text{ kPa}$

$x_{\text{C}_2\text{H}_5\text{OH}} = 1.70 \text{ kPa} / 3.30 \text{ kPa} = \underline{0.5151}$

問 3

$V_{\text{H}_2\text{O}} = 14 \text{ cm}^3\text{mol}^{-1} + 4 \text{ cm}^3\text{mol}^{-1} \times 0.4848 = \underline{15.94 \text{ cm}^3\text{mol}^{-1}}$

$V_{\text{C}_2\text{H}_5\text{OH}} = 52 \text{ cm}^3\text{mol}^{-1} + 6 \text{ cm}^3\text{mol}^{-1} \times 0.5151 = \underline{55.09 \text{ cm}^3\text{mol}^{-1}}$

問 4

$V = V_{\text{H}_2\text{O}} \times n_{\text{H}_2\text{O}} + V_{\text{C}_2\text{H}_5\text{OH}} \times n_{\text{C}_2\text{H}_5\text{OH}} = 15.94 \text{ cm}^3\text{mol}^{-1} \times n_{\text{H}_2\text{O}} + 55.09 \text{ cm}^3\text{mol}^{-1} \times n_{\text{C}_2\text{H}_5\text{OH}} = 100 \text{ cm}^3$

$15.94 \text{ cm}^3\text{mol}^{-1} \times x_{\text{H}_2\text{O}} n + 55.09 \text{ cm}^3\text{mol}^{-1} \times x_{\text{C}_2\text{H}_5\text{OH}} n = 7.728 \text{ cm}^3\text{mol}^{-1} \times n + 28.37 \text{ cm}^3\text{mol}^{-1} \times n$   
 $= 36.10 \text{ cm}^3\text{mol}^{-1} \times n = 100 \text{ cm}^3$

$n = 100 \text{ cm}^3 / 36.10 \text{ cm}^3\text{mol}^{-1}$

$n_{\text{H}_2\text{O}} = 100 \text{ cm}^3 / 36.10 \text{ cm}^3\text{mol}^{-1} \times x_{\text{H}_2\text{O}} = 1.343 \text{ mol} = \underline{1.34 \text{ mol}}$

$n_{\text{C}_2\text{H}_5\text{OH}} = 100 \text{ cm}^3 / 36.10 \text{ cm}^3\text{mol}^{-1} \times x_{\text{C}_2\text{H}_5\text{OH}} = 1.426 \text{ mol} = \underline{1.43 \text{ mol}}$

問 5

(a) 熱力学の第一法則

「エネルギー保存則」と呼ばれる。

「孤立系の内部エネルギーは一定である。」

(b) 熱力学の第二法則

自発変化と非自発変化の実態を表現したものが、「熱力学の第二法則」である。

「孤立系のエントロピーは、自発変化の間増加する。」

「断熱系において不可逆変化が生じた場合、その系のエントロピーは増大する。」

(c) 熱力学の第三法則

最も安定な原子配列をしている固体を「完全結晶」と表現すると、

「物質が完全結晶状態であれば、その物質のある変化に伴うエントロピー変化は、温度が 0 に近づくほど 0 に近くなる。」

「全ての完全結晶の物質のエントロピーは、 $T = 0 \text{ K}$  で 0 である。」

「無限回の操作ができれば別だが、有限回の操作で物質を  $0 \text{ K}$  にすることはできない。」

(d) ラウールの法則

混合溶液の成分 A の気相中の分圧  $p_A$  は、成分 A の溶液中のモル分率  $y_A$  に比例する。

理工学 専攻 ( 博士前期/修士 ) ・ 博士後期 ・ 前後期共通 )

試験科目 : 第 外国語 ( ) / 専門科目 ( 理工基礎 (化学基礎) )

試験時間 : ( 150 ) 分

2

問1

$$\hat{H} = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2}{dx^2}$$

$$\hat{H}\psi = E\psi,$$

問2

$$Ae^{ikx} - Be^{-ikx}$$

$$= A(\cos kx + i \sin kx) - B(\cos kx - i \sin kx)$$

$$= (A - B) \cos kx + (A + B)i \sin kx$$

粒子を  $x$  の正の方向に発射すると  $B=0$  となり、波動関数は  $\psi = Ae^{ikx}$  と表される。

問3

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2}{dx^2} \psi = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2}{dx^2} (Ae^{ikx} - Be^{-ikx}) = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d}{dx} (ikAe^{ikx} + ikBe^{-ikx})$$

$$= -\frac{\hbar^2}{2m} (-k^2Ae^{ikx} + k^2Be^{-ikx}) = \frac{\hbar^2 k^2}{2m} (Ae^{ikx} - Be^{-ikx}) = E\psi$$

$$\therefore E = \frac{\hbar^2 k^2}{2m}$$

問4

(a) 黒体

全ての振動数 (波長) の電磁波 (放射線) を完全に吸収もしくは放射できる想像上の物体。

(b) 光電効果

物質 (主に金属) に光 (主に紫外線) を照射したときに、物質表面から電子が放出される現象。

(c) ハイゼンベルクの不確定性原理

ある粒子の運動量と位置の両方を同時に、任意の精度で決定することは不可能であるという法則。  $\Delta p \Delta q \geq \frac{\hbar}{2}$

理工学 専攻（博士前期/修士・博士後期・前後期共通）

試験科目：第 外国語（ ） / 専門科目（理工基礎（化学基礎））

試験時間：（150）分

3

問1

- (1)  $\text{CH}_3\text{COO}^-$ はプロトンを受け取るので塩基,  $\text{H}_3\text{O}^+$ はプロトンを放出するので酸
- (2)  $\text{NH}_3$ はプロトンを受け取るので塩基,  $\text{H}_2\text{O}$ はプロトンを放出するので酸
- (3)  $\text{B}(\text{OH})_3$  (のホウ素原子)は電子対を受け取るので酸,  $\text{OH}^-$  (の酸素原子)は電子対を与えるので塩基
- (4)  $\text{Co}^{3+}$ は電子対を受け取るので酸,  $\text{NH}_3$  (の窒素原子)は電子対を与えるので塩基

問2

- (1)  $1.0 \times 10^8 \text{ mol}^{-1} \text{ dm}^3$ より大きな値が必要.
- (2) 1.7

問3

- (1)  $\text{H}_2 \rightarrow 2\text{H}^+ + 2\text{e}^-$   $\text{Cu}^{2+} + 2\text{e}^- \rightarrow \text{Cu}$
- (2) 濃度に由来する各項は0となるので, 起電力は0.337 V
- (3) 起電力は23 mV小さくなる(0.337-0.023=0.314 V)

理工学 専攻 ( 博士前期/修士・博士後期・前後期共通 )

試験科目: 第 外国語 ( ) / 専門科目 ( 理工基礎 (化学基礎) )

試験時間: ( 150 ) 分

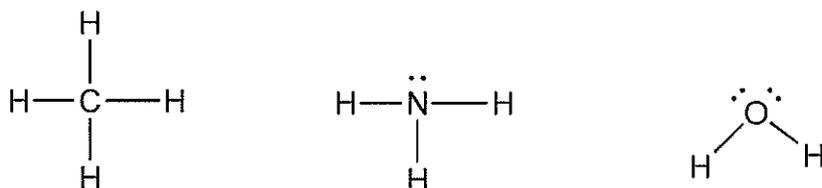
4

問1

- (1) イオン結晶をそれぞれの気体状イオンに分解するのに必要なエネルギー。必ず正の値をとる。陽イオンと陰イオンから格子(結晶)を生成すると、静電相互作用などにより余計なエネルギーが放出される。格子中の多くの荷電粒子内には無数の相互作用があるためその値を決めるのは容易ではなく、ボルン-ハーバーサイクルを用いて算出されることが多い。
- (2) ランタンからまでのランタノイド金属において、原子番号が大きくなるほど原子半径が小さくなる現象。外殻の構造はほとんど同じで、原子番号の増加に伴い内殻の電子が増えていくことにより、核との静電相互作用が増すことでひきつけられて原子半径が小さくなる。
- (3) 原子またはイオンの電子親和力は、気体状態の原子またイオンが電子1つを得るときに生じるエネルギー変化の符号を逆にしたもの。たいていは正の値を示す。フッ素などのハロゲン原子で大きな値をとり、希ガスはほぼ0あるいはそれ以下である。周期表に対してき規則的ではない。

問2

(1)

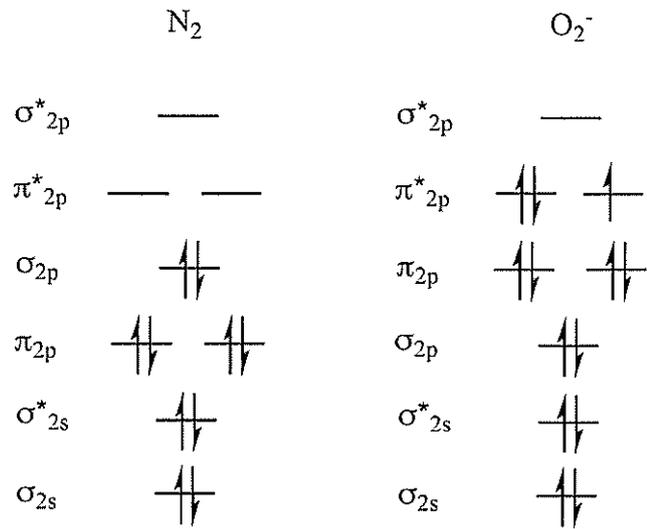


(2)

いずれも正四面体構造を基とする構造をとり、メタンは正四面体、X-H結合の1つが非共有電子対に置き換わったアンモニアは三脚型、2つが非共有電子対に置き換わった水分子は折れ線型になる。非共有電子対の方がより大きな空間を占めるので、非共有電子対を持つ分子はそれだけH-X-Hの結合角は小さくなる。

∴ 結合角はC (109.5°) > N (106.7°) > O (104.5°) の順番になる。

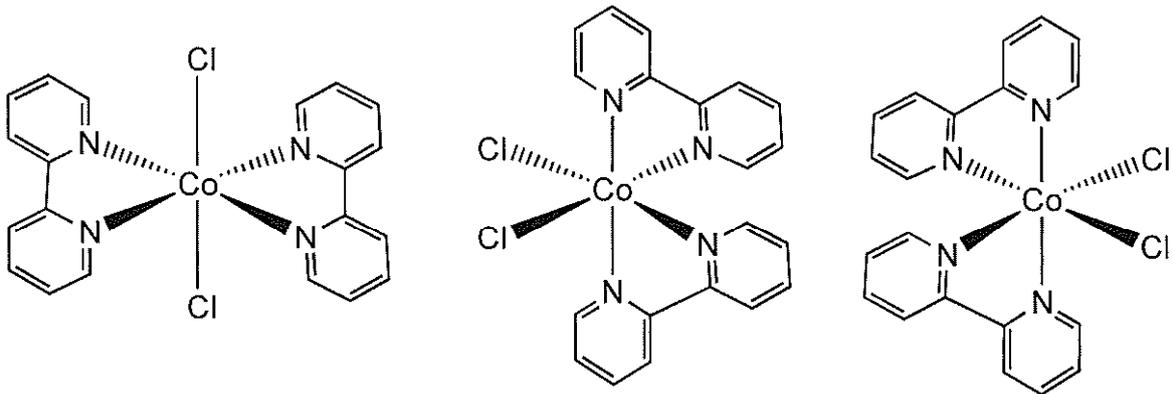
問3



$N_2$  分子の結合次数 : 3     $O_2^-$  イオンの結合次数 : 1.5

問4

(1)



(2) コバルト(III)は  $d_6$  である。結晶場理論により、高スピン (結晶場分裂エネルギーが小さい) 型の配置 ( $t_{2g}$  に 4 個  $e_g$  に 2 個) , 低スピン (結晶場分裂エネルギーが大きい) 型の配置 ( $t_{2g}$  に 6 個  $e_g$  に 0 個) の 2 つの配置があり、前者はスピンの数が 4 つ、後者は 0 である。

理工学 専攻 ( 博士前期/修士・博士後期・前後期共通 )

試験科目: 第 外国語 ( ) / 専門科目 ( 理工基礎 (化学基礎) )

試験時間: ( 150 ) 分

5

問1

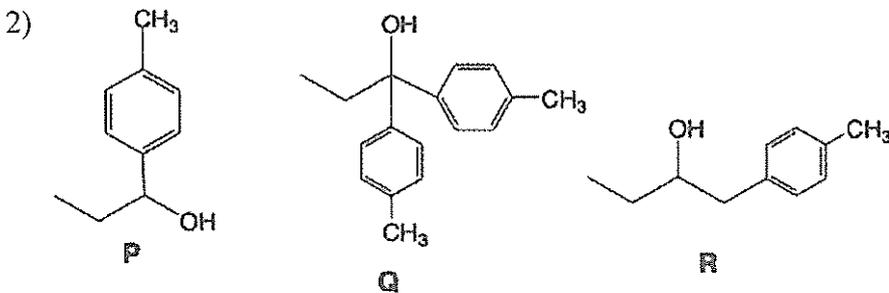
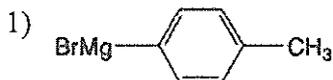
- 1) (*E*)-5-メチル-2-ヘキセン (*E*-5-methylhex-2-ene)
- 2) (*R*)-6-ヘプテン-3-オール (*R*-hept-6-en-3-ol)
- 3) 1-クロロ-3-メチルベンゼン 1-chloro-3-methylbenzene、3-クロロトルエン、*m*-クロロトルエンも可

問2

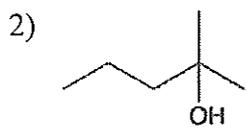
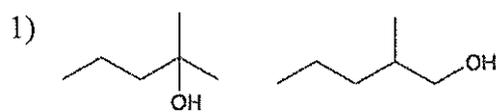
**B > A > C**

**B**では安定なエノラートイオンを生成するため酸性度がもつとも高い。**A**では  $sp$  炭素の  $s$  性が高いため電子を引きつけやすく酸性がやや高くなる。**C**は  $sp^3$  炭素なので酸性度は低い。(84字)

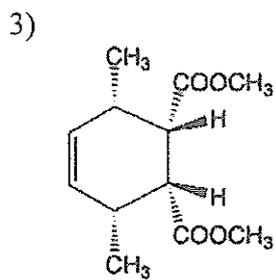
問3



問4.



マルコフニコフ則に従い、より安定な三級炭素カチオン中間体が生成する方へ付加が進行する



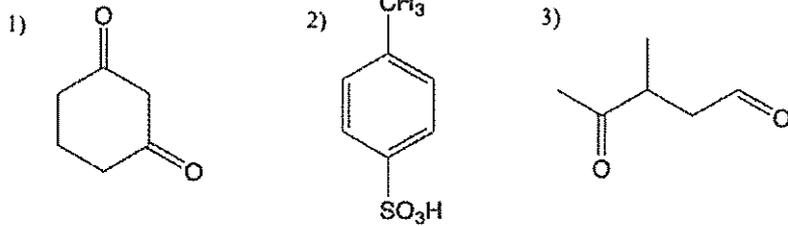
理工学 専攻 ( 博士前期/修士・博士後期・前後期共通 )

試験科目: 第 外国語 ( ) / 専門科目 ( 理工基礎 (化学基礎) )

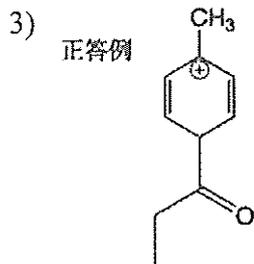
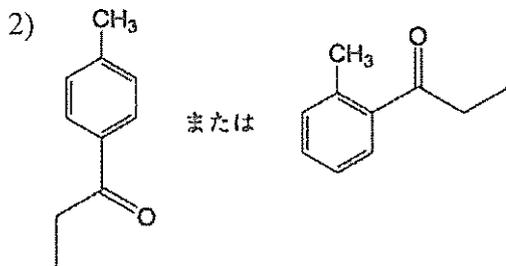
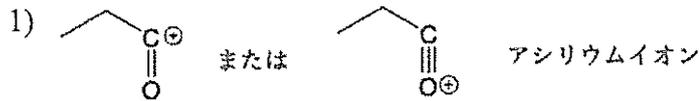
試験時間: ( 150 ) 分

6

問1

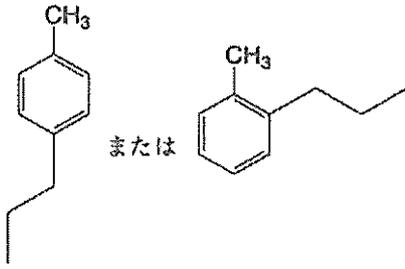


問2



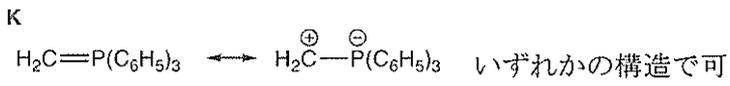
共鳴により正電荷を5個の炭素が共有し、さらに電子供与性のメチル基が正電荷を安定化するため

4)

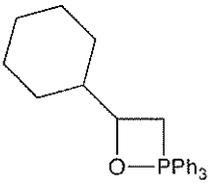


問 3

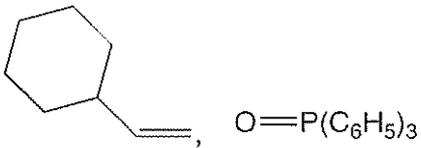
1)



2)

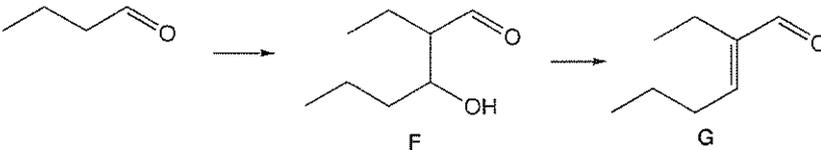


3)

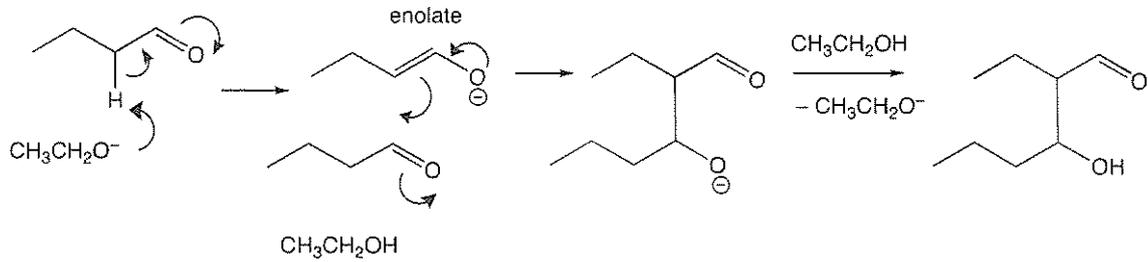


問 4.

1)



2)



## 2025年度9月入試（理工学専攻（博士前期）：数学基礎）

### 解答例

**1**

(1) (i)  $f(x) = x + 1$

(ii)  $f(x) = \begin{cases} x + 1 & x \in \mathbb{N} = [0, \infty) \cap \mathbb{Z} \text{ のとき} \\ x & x \notin \mathbb{N} \text{ のとき} \end{cases}$

(iii)  $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x+1} & \frac{1}{x} \in \mathbb{N} \text{ のとき} \\ \frac{x}{1-x} & -\frac{1}{x} \in \mathbb{N} \text{ のとき} \\ x & \text{それ以外} \text{ のとき} \end{cases}$

(2) (i) (反射律)  $x \in \mathbb{R}^n$  に対して,  $x = 1x$  より  $x \sim x$  である。

(対称律)  $x \sim y$  とすると, ある  $\lambda \in \mathbb{R}_{>0}$  に対して  $y = \lambda x$  となる。このとき  $x = \lambda^{-1}y$ ,  $\lambda^{-1} \in \mathbb{R}_{>0}$  であるから  $y \sim x$  である。

(推移律)  $x \sim y, y \sim z$  とすると, ある  $\lambda, \mu \in \mathbb{R}_{>0}$  に対して  $y = \lambda x, z = \mu y$  となる。このとき  $z = \mu\lambda x$ ,  $\mu\lambda \in \mathbb{R}_{>0}$  であるから  $x \sim z$  である。

(ii)  $x \in \mathbb{R}^n$  に対して,  $x \sim \frac{1}{|x|}x \in S$  である。また,  $x, y \in S$  に対して  $x \sim y$  とすると, ある  $\lambda \in \mathbb{R}_{>0}$  に対して  $y = \lambda x$  となる。このとき,  $\lambda = \lambda|x| = |\lambda x| = |y| = 1$  より,  $x = y$  である。よって  $S$  は  $(\mathbb{R}^n \setminus \{0\})/\sim$  の完全代表系である。

**2**

(1) 広義積分  $\int_0^1 e^{-x}x^{s-1} dx, \int_1^\infty e^{-x}x^{s-1} dx$  が収束することを示せばよい。  
 $0 < s < 1, s \geq 1$  に場合分けして評価する。

(2) 部分積分すればよい。

(3) (2),  $\Gamma(1) = 1$  から従う。

(4) 広義積分  $\int_0^1 f(x, \alpha) dx, \int_1^\infty f(x, \alpha) dx$  がパラメータ  $\alpha$  に関して一様にコーシーの収束条件を満たすことを  $g(x)$  を用いて示せばよい。

(5)  $0 < x < 1, x \geq 1$  に場合分けして考える。いずれも (1), (4) から従う。

(6) 広義積分  $\int_0^1 e^{-x}x^{s-1} \log x dx, \int_1^\infty e^{-x}x^{s-1} \log x dx$  が  $(0, \infty)$  に含まれる任意の閉区間で一様収束することを示せばよい。 $\Gamma(s)$  が  $s > 0$  で各点収束すること, 被積分関数のパラメータ微分が連続であることと合わせて結論が導かれる。

**3**

(1) (i)

$$f(v_1) = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix} = a_{11} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} + a_{21} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} + a_{31} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

より,  $a_{11} = 1, a_{21} = 3, a_{31} = 2$ .

$$f(v_2) = \begin{pmatrix} -2 \\ -2 \\ 5 \end{pmatrix} = a_{12} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} + a_{22} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} + a_{32} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

より,  $a_{12} = -2, a_{22} = -4, a_{32} = 1$ .

$$f(v_3) = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} = a_{13} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} + a_{23} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} + a_{33} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

より,  $a_{11} = 0, a_{21} = -1, a_{31} = 0$ .

よって, 表現行列  $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 0 \\ 3 & -4 & -1 \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ .

(ii)

(i)  $\implies$  (ii):  $f: V \rightarrow W$  が同型ならば  $f$  は基底を保つので,  $\dim V = \dim W$ , すなわち,  $n = m$  である. また,  $f^{-1}: W \rightarrow V$  が存在し, これも同型な線形写像となる,  $f^{-1}$  の表現行列を  $B$  とすると,  $AB = BA = E$  が成り立つ. よって,  $A$  は正則行列である.

(ii)  $\implies$  (i):  $n = m$  で  $A$  が正則行列とすると,  $A^{-1}$  が存在する.  $A^{-1}$  に対応する線形写像を  $g$  とすると  $f \circ g, g \circ f$  は単位行列より,  $f \circ g = g \circ f = \text{id}$ . よって,  $f, g$  は全単射より同型である.

$$(2) (i) |A - \lambda I| = \begin{vmatrix} p - \lambda & 1 - q \\ 1 - p & q - \lambda \end{vmatrix} = 0 \text{ より, } \lambda = 1, p + q - 1.$$

(ii)  $\lambda = 1$  に対する固有ベクトルは,  $\begin{pmatrix} 1 - q \\ 1 - p \end{pmatrix}$ .  $\lambda = p + q - 1$  に対する固有ベクトルは,  $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ . よって,  $P = \begin{pmatrix} 1 - q & 1 \\ 1 - p & -1 \end{pmatrix}$ . また,  $B = P^{-1}AP = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & p + q - 1 \end{pmatrix}$ .

$$(iii) P^{-1} = \frac{1}{p + q - 2} \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ p - 1 & 1 - q \end{pmatrix} \text{ より,}$$

$$A^n = PB^nP^{-1} = \frac{1}{\det P} \begin{pmatrix} 1 - q & 1 \\ 1 - p & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & (p + q - 1)^n \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ p - 1 & 1 - q \end{pmatrix}.$$

$\det P = p + q - 2$  より,  $0 < p, q < 1$  から

$$\begin{aligned} \lim_{n \rightarrow \infty} A^n &= \frac{1}{\det P} \begin{pmatrix} 1-q & 1 \\ 1-p & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ p-1 & 1-q \end{pmatrix} \\ &= \frac{1}{p+q-2} \begin{pmatrix} q-1 & q-1 \\ p-1 & p-1 \end{pmatrix}. \end{aligned}$$

4 (i) i. 次の3つを示す ( $I$  は単位行列):

- $I \in G$
- $\forall A, A' \in G : AA' \in G$
- $\forall A \in G : A^{-1} \in G$

$$(ii) Z(G) = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 & c \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \mid c \in \mathbb{Q} \right\}$$

$$(iii) [G, G] = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 & c \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \mid c \in \mathbb{Z} \right\}$$

(iv) 次の写像  $\varphi$  は全射準同型で,  $\text{Ker}\varphi = Z(G)$  である:

$$\varphi: G \rightarrow \mathbb{Z} \times \mathbb{Z}; \quad \begin{pmatrix} 1 & a & c \\ 0 & 1 & b \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \mapsto (a, b).$$

$A \in G$  が位数有限だとすると,  $\varphi(A) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$  も位数有限. しかし  $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$  は振れがない (torsion-free) なので,  $A \in \text{Ker}\varphi = Z(G)$ . しかるに,

$$Z(G) \simeq \mathbb{Q}; \quad \begin{pmatrix} 1 & 0 & c \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \mapsto c$$

で,  $\mathbb{Q}$  も, 従って  $Z(G)$  も振れがないので,  $A = I$ .

(1)  $\forall \varphi \in M^*, r \in R: \varphi \cdot r \in M^*$  であること:

次の2つを示す:

- $\forall m, m' \in M: (\varphi \cdot r)(m + m') = (\varphi \cdot r)(m) + (\varphi \cdot r)(m')$
- $\forall m \in M: \forall r' \in R: (\varphi \cdot r)(r'm) = r'(\varphi \cdot r)(m)$

$M^*$  が右  $R$  加群となること:

次の3つを示す:

- $\forall \varphi, \psi \in M^*, r \in R: (\varphi + \psi) \cdot r = \varphi \cdot r + \psi \cdot r$
- $\forall \varphi \in M^*: \varphi \cdot 1 = \varphi$
- $\forall \varphi \in M^*, r, r' \in R: \varphi \cdot (rr') = (\varphi \cdot r) \cdot r'$

- 5 (1) (i)  $N \in \mathbf{N}$ として  $c_k, k = -N, -N+1, \dots, N-1, N$  を任意の複素数とすると、

$$0 \leq \int_{-\pi}^{\pi} \left| f(x) - \sum_{k=-N}^N c_k e^{ikx} \right|^2 dx = \int_{-\pi}^{\pi} |f(x)|^2 dx - 2 \operatorname{Re} \left( \sum_{k=-N}^N \bar{c}_k \int_{-\pi}^{\pi} f(x) e^{-ikx} dx \right) + \sum_{k=-N}^N \sum_{k'=-N}^N c_k \bar{c}_{k'} \int_{-\pi}^{\pi} e^{i(k-k')x} dx$$

が成り立つ。ここで

$$\int_{-\pi}^{\pi} e^{i(k-k')x} dx = 2\pi \delta_{k,k'}$$

であることに注意すれば、

$$0 \leq \int_{-\pi}^{\pi} \left| f(x) - \sum_{k=-N}^N c_k e^{ikx} \right|^2 dx = \int_{-\pi}^{\pi} |f(x)|^2 dx - 2 \operatorname{Re} \left( \sum_{k=-N}^N \bar{c}_k \int_{-\pi}^{\pi} f(x) e^{-ikx} dx \right) + 2\pi \sum_{k=-N}^N |c_k|^2$$

を得る。この式で  $\{c_k\}$  を  $f$  の複素 Fourier 係数すなわち

$$c_k = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) e^{-ikx} dx, \quad k = -N, -N+1, \dots, N-1, N$$

と取れば

$$2 \operatorname{Re} \left( \sum_{k=-N}^N \bar{c}_k \int_{-\pi}^{\pi} f(x) e^{-ikx} dx \right) = 4\pi \sum_{k=-N}^N |c_k|^2$$

だから

$$0 \leq \int_{-\pi}^{\pi} |f(x)|^2 dx - 2\pi \sum_{k=-N}^N |c_k|^2$$

すなわち

$$\sum_{k=-N}^N |c_k|^2 \leq \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} |f(x)|^2 dx$$

が得られる。 $N \rightarrow \infty$  とすれば求める不等式が得られた。

- (ii) まず

$$c_0 = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} x dx = 0$$

である。  $k \neq 0$  のとき

$$\begin{aligned} c_k &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} x e^{-ikx} dx \\ &= \frac{1}{2\pi} \left[ x \cdot \frac{e^{-ikx}}{-ik} \right]_{-\pi}^{\pi} - \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \frac{e^{-ikx}}{-ik} dx = \frac{i}{2k\pi} (\pi e^{-ik\pi} - (-\pi) e^{ik\pi}) \end{aligned}$$

であり、  $k$  が偶数なら  $e^{ik\pi} = e^{-ik\pi} = 1$  だから

$$c_k = \frac{i}{k}$$

$k$  が奇数なら  $e^{ik\pi} = e^{-ik\pi} = -1$  だから

$$c_k = -\frac{i}{k}$$

である。

(2)  $f \in L^1(\mathbf{R})$  の Fourier 変換を

$$\mathcal{F}[f](\xi) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-ix\xi} f(x) dx$$

と定義するなら、求める Fourier 変換は

$$\mathcal{F}[f](\xi) = \frac{\sqrt{\pi}}{2} e^{-\frac{|\xi|}{\sqrt{2}}} \left( \cos \frac{|\xi|}{\sqrt{2}} + \sin \frac{|\xi|}{\sqrt{2}} \right)$$

Fourier 変換の定義はさまざまなので、定義と解答のつじつまが合っていれば正解とする。

**6**

(1) (i)

$$s = \int_0^u |\mathbf{p}'(t)| dt = \sinh u.$$

(ii)

$$\mathbf{p}(s) := \mathbf{p}(\sinh^{-1} s) = (\sinh^{-1} s, \cosh(\sinh^{-1} s)).$$

(iii)  $\mathbf{p}(s)$  での単位接ベクトルは

$$\mathbf{e}(s) = \mathbf{p}'(s) = \left( \frac{1}{\sqrt{s^2+1}}, \frac{s}{\sqrt{s^2+1}} \right),$$

単位法線ベクトルは

$$\mathbf{n}(s) = \left( -\frac{s}{\sqrt{s^2+1}}, \frac{1}{\sqrt{s^2+1}} \right)$$

であり、

$$\mathbf{p}''(s) = \left( -\frac{s}{(s^2+1)^{3/2}}, \frac{1}{(s^2+1)^{3/2}} \right) = \frac{1}{(s^2+1)} \mathbf{n}(s)$$

より、

$$\kappa(s) = \frac{1}{(s^2+1)}.$$

(2) 主曲率は  $\kappa_1 = -1, \kappa_2 = 0$ , ガウス曲率は  $K = 0$ , 平均曲率は  $H = -1/2$ .

工学 専攻（博士前期/修士・博士後期・前後期共通）

試験科目：第 外国語（ ） / 専門科目（ 理工基礎（物理学基礎） ）

試験時間：（ 150 ）分

1

1.  $\pm\sqrt{2}$  (重根)

2. 内積: 0, 外積:  $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

2

1.  $a = \gamma, \quad b = \sqrt{\omega_0^2 - \gamma^2}$

2.  $\nabla f(x, y, z) = \begin{pmatrix} 2x \exp(yz) \\ x^2 z \exp(yz) \\ x^2 y \exp(yz) \end{pmatrix}, \quad \nabla \times \nabla f(x, y, z) = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

3. (a)  $\sqrt{\frac{\pi}{a}}$

(b)  $b\sqrt{\frac{\pi}{a}}$

(c)  $\frac{1}{2}\sqrt{\frac{\pi}{a^3}} + b^2\sqrt{\frac{\pi}{a}}$

3

以下では変数の上のドットは時間微分を表す

1. (a)  $m\ddot{x} = -F - kx$

(b)  $-\frac{F}{k} + \frac{F}{k} \cos\left(\sqrt{\frac{k}{m}}t\right) + v_0\sqrt{\frac{m}{k}} \sin\left(\sqrt{\frac{k}{m}}t\right)$

(c) 省略

2. (a)  $m\ddot{x} = -kx - C\dot{x}$

(b)  $-\frac{C}{2m} - \sqrt{C^2 - 4mk} e^{\frac{-C + \sqrt{C^2 - 4mk}}{2m}t} + \frac{-\frac{C}{2m} + \sqrt{C^2 - 4mk}}{2\sqrt{C^2 - 4mk}} e^{\frac{-C - \sqrt{C^2 - 4mk}}{2m}t}$

4

1.  $\nabla \cdot \mathbf{A} = 2y, \quad \nabla \times \mathbf{A} = \begin{pmatrix} z \\ 0 \\ x \end{pmatrix}$

2. 省略

3. (a) エ

(b) ア

(c) カ

4. 式 (a), (b) より  $-\frac{\partial}{\partial t}\epsilon_0\nabla \cdot \mathbf{E} = \nabla \cdot \mathbf{J}$ . よって  $\nabla \cdot \left( \mathbf{J} + \epsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \right) = 0$ .  $\mathbf{J}$  を  $\mathbf{J} + \epsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}$  置き換える.

5

1.  $\frac{\sqrt{\alpha}}{\pi^{1/4}}$

2.  $x = 0$

3. 波動関数  $\psi(x)$  をシュレディンガー方程式に代入し,  $E = \frac{1}{2}\hbar\omega$  を得る.

4.  $\frac{\hbar}{2m\omega}$

5.  $\frac{1}{2}\hbar m\omega$

6

1.  $H = U + PV$

2.  $C_P = \left(\frac{\partial H}{\partial T}\right)_P$

3.

$$\begin{aligned}\mu_{J-T} &\equiv \left(\frac{\partial T}{\partial P}\right)_H = -\frac{\left(\frac{\partial H}{\partial P}\right)_T}{\left(\frac{\partial H}{\partial T}\right)_P} = -\frac{T\left(\frac{\partial S}{\partial P}\right)_T + V\left(\frac{\partial P}{\partial P}\right)_T}{C_P} \\ &= -\frac{-T\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P + V}{C_P} = \frac{TV}{C_P} \left[\frac{1}{V}\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P - \frac{1}{T}\right] \\ &= \frac{TV}{C_P} \left(\alpha - \frac{1}{T}\right)\end{aligned}$$

4.  $\alpha = \frac{1}{V}\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P = \frac{1}{V}\frac{nR}{P} = \frac{1}{T}$  より  $\mu_{J-T} = 0$

5. 膨張に伴って温度が下がり、最終的には液化する.

理工学 専攻（博士前期/修士・博士後期・前後期共通）

試験科目：専門科目（理工基礎（生物科学基礎））

試験時間：（150）分

1

## (1) アンテナ複合体

光合成膜に存在する光捕集系の構成要素であり、クロロフィルやカロテノイドなどの光捕集色素を結合したタンパク質複合体である。これらの色素は特定の配置をとることで光エネルギーを効率よく吸収し、その励起エネルギーを反応中心へ伝達する役割を果たす。

## (2) 細胞外マトリックス

細胞外マトリックス（細胞外基質）とは、主に動物組織において細胞外に存在する構造体で、コラーゲンやエラスチン、プロテオグリカンなどから成る。組織の機械的支持に加え、細胞接着や増殖・分化の制御にも関与する。

## (3) 正のフィードバック

正のフィードバックとは、反応や過程の産物が、その反応系自身の活性をさらに促進する制御機構である。これにより応答が急激に増幅され、特定の状態への迅速かつ不可逆的な移行が可能となる。

## (4) タンパク質のドメイン

あるタンパク質の全長のうち、コンパクトな立体構造をとって独自の機能をもった一部分のこと。多くのタンパク質は複数のドメインを持っており、各ドメインは独立にそれぞれの機能を果たすか、隣接のドメインと協力し合って機能を果たす。また、各ドメインは独立に進化したと考えられている。

## (5) ユビキチン

76アミノ酸からなる低分子のタンパク質である。標的となるタンパク質に共有結合によって結合し、その「タグ」がさまざま細胞内の反応の目印となる。一例として、ポリユビキチン化による標的タンパク質のプロテアソームによる分解が挙げられる。

2

## (1)

2つの $\alpha$ 鎖と2つの $\beta$ 鎖の、合計4つのタンパク質が四次構造を形成している。4つのタンパク質にはヘムが1つずつ結合している。ヘムの中央には鉄イオンが配位結合しており、この鉄イオンに酸素を配位結合させて運搬する。

## (2)

酸化型ヘモグロ빈は赤色光よりも短い波長をよく吸収する一方、赤色を吸収しないため、鮮やかな赤色を呈する。一方、還元型ヘモグロ빈は酸化型ヘモグロ빈に比べて赤色光もよく吸収することから、暗い赤色を呈する。

3

(1)

ヒト・ニワトリ・ツメガエル間で $\alpha$ グロビン遺伝子領域を比較すると、全領域で一様に配列が保存されるのではなく、エキソンで高い類似性が見られる。エキソンはタンパク質配列を規定するため機能的制約が強く、遠縁の種間でも保存されやすい。一方、イントロンは一般に制約が弱く、類似性は低い。

(2)

dN/dS が 1 より小さいことは、非同義置換が同義置換に比べて抑制されていることを示す。これはアミノ酸置換を伴う変異が機能低下を引き起こしやすく、自然選択によって除去されてきたことを意味する。 $\alpha$ グロビンは酸素運搬という重要な機能を担うため、強い負の選択が働いていると考えられる。

4

(1)

A 部位：正しい tRNA を選別して取り込む部位であり、アミノ酸と結合した tRNA (アミノアシル tRNA) がアンチコドンを使って mRNA のコドンと塩基対を形成している。

P 部位：ペプチド結合が形成される部位であり、ポリペプチド鎖に結合した tRNA (ペプチジル tRNA) がアンチコドンを使って mRNA のコドンと塩基対を形成している。

E 部位：アミノ酸が結合していない空の tRNAがこの部位に移動して、そこから外に押し出される。

(2)

真核生物では、開始 tRNA が翻訳開始因子と一緒にリボソームの小サブユニットに結合する。これがキャップ構造を目印に mRNA の 5'末端に結合した後、mRNA に沿って開始コドンを探す。

原核生物では、開始コドンの数塩基上流にある最長 6 塩基のリボソーム結合配列にリボソームが結合し、これが mRNA に沿って開始コドンを探す。

(3)

原核生物の mRNA が ポリシストロニック (1つの mRNA に複数のタンパク質がコードされている) で、真核生物の mRNA が モノシストロニック (1つの mRNA に1つのタンパク質がコードされている) であるため。

5

(1)

アグロバクテリウムが植物細胞に感染すると、アグロバクテリウム細胞内の約 150–200 kb の Ti プラスミドから約 10–20 kb の T-DNA が切り出され、植物細胞核へ移動する。T-DNA は植物染色体 DNA に組み込まれ、T-DNA 領域内のサイトカイニン合成酵素遺伝子やオーキシン合成酵素遺伝子が活性化される。これによりサイトカイニンとオーキシンが過剰に合成され、植物細胞では制御不能な増殖が誘導される。その結果、腫瘍が形成される。

(2)

アグロバクテリウムが感染植物細胞に送り込む T-DNA には、オーキシン合成酵素遺伝子とサイトカイニン合成酵素遺伝子がコードされる。根頭癌腫の細胞増殖や分化は、オーキシンとサイトカイニンの生成量とバランスによって決まる。両ホルモンのレベルが適度な時は未分化な細胞が増殖するが、サイトカイニンの活性がオーキシンに対して優勢な時は葉と茎が誘導される。オーキシンの活性がサイトカイニンに対して優勢な時は根が誘導される。従って、遺伝子 A はオーキシン合成酵素遺伝子と推定される。

6

(1)

蛍光顕微鏡では  $\mu\text{m}$  オーダーの構造物が観察でき、染色体の全体形状や細胞内での分布を調べるのに適している。また、生細胞を観察できるため、染色体構造の時間的変化を追跡することも可能である。他方、電子顕微鏡では蛍光顕微鏡では不可能な  $\text{nm}$  オーダーの微細構造を観察できる。しかし、化学固定した細胞の超薄切片を用いる必要があり、時間的変化を追跡できないという欠点がある。

(2)

ゲル電気泳動では、試料中のタンパク質は大きさに応じてゲル内で分離される。この実験でサイクリン依存性タンパクキナーゼに特異的な抗体を用いると、ニトロセルロース膜上で当該タンパク質がバンドとして検出される。リン酸化が起こると移動度に差が生じるため、その移動度を比較することでリン酸化レベルを判断できる。

一方、リン酸化チロシン（ホスホチロシン）やリン酸化セリン／スレオニン（ホスホセリン・ホスホスレオニン）に対する特異的抗体を用いた場合には、ニトロセルロース膜上に検出されるバンドの有無からサイクリン依存性タンパクキナーゼのリン酸化状態を調べることができる。

7

(1)

相同組換えとは、DNA 二本鎖切断後に、相同な塩基配列を鋳型として正確に DNA を修復する機構であり、外来 DNA や姉妹染色分体を利用して配列を復元・挿入できる。

非相同末端結合とは、相同配列を用いず切断端同士を直接連結する修復機構で、塩基の欠失や挿入が生じやすく、変異が導入されやすい。

(2)

CRISPR/Cas9 により改変された成魚は体細胞モザイクである可能性があるため、野生型個体と交配することで、変異が生殖細胞系列に導入されているかを確認し、安定なヘテロ変異体の F1 個体を得ることを目的とする。

さらに、F1 個体どうしを交配することで、メンデルの法則に従い一定の割合でホモ変異体を得ることができ、表現型解析に適した変異系統を確立できる。

理工学 専攻（博士前期/修士・博士後期・前後期共通）

試験科目：専門科目（理工基礎（情報学基礎））

試験時間：（150）分

1

- (1) a) プログラムカウンタとは、CPUが次に実行する命令が格納されたメモリ番地を記憶するためのレジスタである。
- b) HDDは磁気ディスクに情報を記憶する。SSDは半導体に情報を記憶する。HDDは大容量、低速、振動などの衝撃に弱い。SSDは小容量、高速、振動などの衝撃に強い。
- c) キャッシュメモリはCPUとメインメモリの間に置かれた小規模で高速な記憶装置である。CPUからアクセスされる可能性の高い命令やデータを保持することでメインメモリへのアクセス回数を減らす。空間的局所性とは、メモリアクセスがあったメモリアドレスの近傍は続けてアクセスされる可能性が高い性質のことである。

(2) a)

$$X'_1 = \bar{S}X_1 + SY_1$$

$$X'_0 = \bar{S}X_0 + SY_0$$

- b) 2ビットのレジスタである。S=0では現状態が保持され、S=1では新しい値 $Y_1Y_0$ を書き込む。CPUの内部で命令やデータなどを記憶するために用いられる。

## 2

(1)

(a)

(ア)  $AXY+Z/P=$

(イ)  $BXYZ^*+PQ\cdot R^*+=$

(b) スタックに A, X, Y の順に PUSH され, + の演算子でスタックから Y と X が POP され X+Y を計算し, その結果をスタックに PUSH, 以下, 同様に最後の=の代入演算が行われるまでを説明する. また, その各過程でのスタックの様子を図にする.

(2)

値渡しと参照渡しでは, 関数に渡す内容, 及び, 関数内での値の変更が呼び出し元へ影響するかが異なる. その点を解答で説明する. それを踏まえて用途, 特徴についても説明する

(3)

静的変数と動的変数では, 変数の領域がいつから, いつまで, どの領域に確保されるかが異なるのでそれについて説明する. また, それを踏まえて適している用途についても説明する

(4)

①ソースコードは②コンパイラによって③中間言語 (特定の CPU に依存しない中間的な命令形式) に変換され, ④仮想機械上で⑤インタプリタにより実行される.

さらに実行時には⑥JIT コンパイラが③を⑦ネイティブコード (実際の CPU が直接実行できる機械語) へ変換し, 高速化を図る.

# 3

(1)

```
d2[0] = d2[s-1] = 0.0; // 境界値。次行はそれ以外の要素
for (int i = 1; i < s-1; ++i)
    d2[i] = (u[i-1] - 2*u[i] + u[i+1]) / (h*h);
```

(2) diff2 関数を用いない ftcs 関数や in-place 更新できない ftcs 関数でも可

```
double d2[s];
diff2(s, u_prev, d2, h);
for (int i = 0; i < s; ++i)
    u_next[i] = u_prev[i] + d2[i];
```

(3) 反復更新の動作が正しければ正答

```
double u_[10]; // in-place 更新できる ftcs 関数なら不要
for (int t = 0; t < 50; ++t) {
    ftcs(10, u, u_, h); // in-place 更新できるなら ftcs(10,u,u,h)で可
    ftcs(10, u_, u, h); // in-place 更新できるなら ftcs(10,u,u,h)で可
}
for (int i = 0; i < 10; ++i)
    printf("%f ", u[i]);
printf("¥n");
return 0;
```

## 4

(1)

$$y(n] = \frac{1}{3}(x(n] + x(n-1] + x(n-2])$$

より、システムのインパルス応答  $h(n]$  は

$$h(n] = \frac{1}{3}(\delta(n] + \delta(n-1] + \delta(n-2])$$

となる。

(2) 伝達関数  $H(z]$  は  $h(n]$  の  $z$  変換として与えられ

$$H(z] = \frac{1}{3}(1 + z^{-1] + z^{-2])$$

となる。

(3) システムの周波数特性は

$$\begin{aligned} H(e^{j\omega}] &= \frac{1}{3}(1 + e^{-j\omega} + e^{-2j\omega}) \\ &= \frac{1}{3}(e^{j\omega} + 1 + e^{-j\omega})e^{-j\omega} \\ &= \frac{1}{3}(\cos\omega + j\sin\omega + 1 + \cos\omega - j\sin\omega)e^{-j\omega} \\ &= \frac{1}{3}(1 + 2\cos\omega)e^{-j\omega} \end{aligned}$$

となる。

(4) システムの振幅特性  $A(\omega]$  は

$$A(\omega] = |H(e^{j\omega})| = \left| \frac{1}{3}(1 + 2\cos\omega)e^{-j\omega} \right| = \frac{1}{3}|1 + 2\cos\omega|$$

となる。この絶対値を外すと

$$A(\omega] = \begin{cases} \frac{1}{3}(1 + 2\cos\omega), & -\frac{2}{3}\pi \leq \omega \leq \frac{2}{3}\pi, \\ -\frac{1}{3}(1 + 2\cos\omega), & -\pi \leq \omega < -\frac{2}{3}\pi, \frac{2}{3}\pi < \omega \leq \pi \end{cases}$$

となる。したがって、振幅特性  $A(\omega]$  のグラフは図1のようになる。

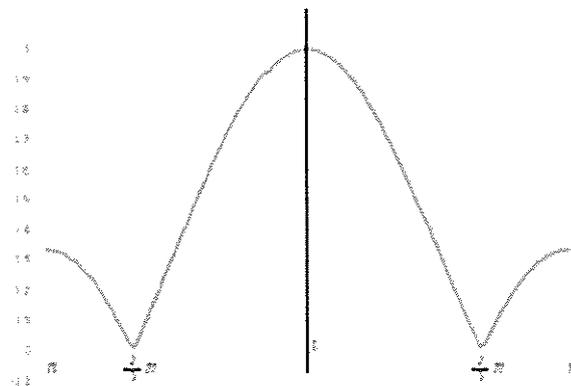


図1: 振幅特性  $A(\omega]$  のグラフ

5

- (1)  $f_1(n) = \log n$ ,  $f_2(n) = 2\sqrt{\log n}$ ,  $f_3(n) = n^{1/5}$ ,  $f_4(n) = n + 10$ ,  $f_5(n) = n(\log n)^5$ ,  
 $f_6(n) = n^{4/3}$ ,  $f_7(n) = n^{\log n}$  である。
- (2) 再帰表現を使わない二分探索 IterativeBinarySearch と再帰表現を使った二分探索 RecursiveBinarySearch それぞれを以下に記す。RecursiveBinarySearch を利用する際には、最初に RecursiveBinarySearch(N, 1, N) を実行する。

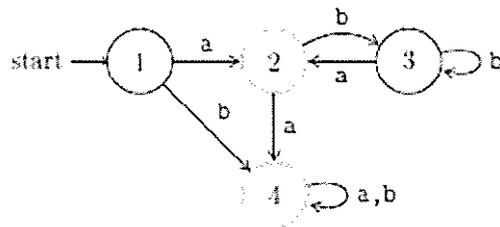
**IterativeBinarySearch(N)**

- 1 a を 1, b を N とする。
- 2  $a \leq b$  である限り、以下の2.1, 2.2を行う。
  - 2.1 m を  $\lfloor (a + b)/2 \rfloor$  とする。
  - 2.2  $m^2 = N$  ならば m を出力して終了し,  $m^2 < N$  ならば a を  $m + 1$  とし,  $m^2 > N$  ならば b を  $m - 1$  とする。
- 3 0 を出力して終了する。

**RecursiveBinarySearch(N, a, b)**

- 1 もし  $a > b$  ならば 0 を出力して終了する。
- 2 m を  $\lfloor (a + b)/2 \rfloor$  とする。
- 3  $m^2 = N$  ならば m を出力して終了し,  
 $m^2 < N$  ならば RecursiveBinarySearch(N, m + 1, b) を出力して終了し,  
 $m^2 > N$  ならば RecursiveBinarySearch(N, a, m - 1) を出力して終了する。

- (3) 例えば、下図が言語 L を認識する決定性有限オートマトンの状態遷移図である。また、この決定性有限オートマトンを 5 つ組  $(Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$  で表



すと、 $Q = \{1, 2, 3, 4\}$ ,  $q_0 = 1$ ,  $F = \{2, 4\}$  であり、状態遷移関数  $\delta$  は  
 $\delta(1, a) = 2$ ,  $\delta(1, b) = 4$ ,  $\delta(2, a) = 4$ ,  $\delta(2, b) = 3$ ,  $\delta(3, a) = 2$ ,  $\delta(3, b) = 3$ ,  
 $\delta(4, a) = 4$ ,  $\delta(4, b) = 4$  である。

## 6

(1) 複数のトランザクションを並列実行した結果が、順番に実行した場合と同じになること。

(2) トランザクションの直列化可能性が保証されないときに発生しうる異状の例

ダーティリード: 他のトランザクションが更新したコミット前の値(ダーティデータ)を読み、その後更新処理を行ったトランザクションがロールバックされると、存在しない値を読み込んだことになってしまう異常

ノンリピータブルリード: 同じトランザクションで複数回の読み込みを行ったとき、読み込む度に値が変わってしまう異常。2回の読み込みの間に、別のトランザクションがそのデータを更新したことが原因で発生する。

ファントムリード: 同じトランザクションで複数回の読み込みを行ったとき、前回は存在しなかった行が現れる異常。2回の読み込みの間に、別のトランザクションがテーブルに行を挿入したことが原因で発生する。

(3) デッドロックについて

(a) トランザクションがお互いの処理に必要なデータをロックし合って、処理不能の状態に陥ること。(b) 2つのポリシーのどちらかを守ればデッドロックフリー

・Wait-die: 先に開始したトランザクションが後から開始したトランザクションのリソースをロックしようとしたときだけ待つことが許される。自分が優先度が高いならば待つことができる。優先度の低いトランザクションは優先度の高いトランザクションを待つことはない。アボートされたトランザクションは前と同じ timestamp で実行されるのでいつかは優先度があがる。

・Wound-wait: 先に開始したトランザクションが後から開始したトランザクションのリソースをロックしようとするときアボートされる。自分の優先度が高いならばアボートする。そうでなければ自分が待つ。Timestamp が新しくなるので、先に開始したトランザクションのリソースをロックすれば待つ事ができる

(4) NoSQL は RDB に比べて、スケーラビリティに優れており、処理が高速、固定されたスキーマに縛られない。一方で、関係代数の概念はなく、結合などの操作はできないなど機能性にかける、データの一貫性に対する制約が緩い (NoSQL は BASE に基づく緩やかな一貫性の保証, RDB は ACID 特性に基づいた厳密な管理) などの欠点がある。

7

$$(1) (1+x^2)y^3 + (1-y^2)x^3y' = 0$$

$y \neq 0$  のとき両辺を  $x^3y^3$  で割ると  $\left(\frac{1}{y} - \frac{1}{y^3}\right)y' = \left(\frac{1}{x^3} + \frac{1}{x}\right)$  から、両辺を積分して

$$\ln \left| \frac{y}{x} \right| = -\frac{1}{2x^2} - \frac{1}{2y^2} + C, \quad C \text{ は任意の定数. } y = 0 \text{ も与式を満たすので, } y = 0 \text{ も解}$$

$$(2) xy' + 2y - 3xy = 0$$

$y \neq 0$  のとき  $\frac{1}{y}y' = \left(3 - \frac{2}{x}\right)$  から、 $y = Ax^{-2}e^{3x}$   $A$  は 0 以外の定数

$y = 0$  のときも与式を満たすので、 $y = 0$  も解

$$(3) y' = \sin(x+y)$$

$u = x+y$  とおくと、 $\frac{du}{dx} = \left(1 + \frac{dy}{dx}\right)$  から  $\left(\frac{du}{dx} - 1\right) = \sin u$

(i)  $\sin u = -1$  のとき、 $y' = -1$  より  $y = -x + C$  であり、 $y' = \sin(x+y) = \sin C$

したがって、 $\sin C = -1$  のとき、つまり  $C = \left(\frac{3}{2} + 2n\right)\pi$  のとき与えられた式を満たす。

$$y = -x + \left(\frac{3}{2} + 2n\right)\pi \quad \text{ただし、} n \text{ は任意の整数}$$

(ii)  $\sin u \neq -1$  のとき、 $\int \frac{1}{1+\sin u} du = x$

$$\int \frac{1}{1+\sin u} du = \int \frac{1}{1+\cos\left(\frac{\pi}{2}-u\right)} du = \int \frac{1}{2\cos^2\left(\frac{\pi}{4}-\frac{u}{2}\right)} du = -\tan\left(\frac{\pi}{4}-\frac{u}{2}\right) + C$$

$$\text{したがって、} -\tan\left(\frac{\pi}{4}-\frac{x+y}{2}\right) + C = x$$

$$(4) (x^2 + y^2 - 1)yy' + x(x^2 + y^2 + 1) = 0$$

$u = x^2 + y^2$  とおくと、 $\frac{du}{dx} = \left(2x + 2y\frac{dy}{dx}\right)$  から  $(u-1)\frac{1}{2}\left(\frac{du}{dx} - 2x\right) + x(u+1) = 0$

したがって、 $(u-1)\frac{du}{dx} = -4x$  より  $\frac{1}{2}u^2 - u = -2x^2 + C$

$$\frac{1}{2}(x^2 + y^2)^2 + (x^2 - y^2) = C$$