

_____ 理工学 _____ 専攻 _____ （ 博士前期 / 修士・博士後期・前後期共通 ）
試験科目：第 外国語 （ _____ ） / 専門科目 （ 理工基礎 （機械工学基礎） _____ ）
試験時間：（ 150 ）分

注意事項

1. 試験問題は10問（1～10）であり、そのうち1～3については全員解答、4～10については7問のうち2問を選択し、合計5問を解答せよ。
なお、4～10については2つの設問を超えて解答してはならない。
2. それぞれの解答用紙に、1問のみ解答すること。
3. 配布された5枚の解答用紙すべてに受験番号、氏名、問題番号を記入すること。
解答用紙に受験番号、氏名、問題番号の記入がない場合、その解答は無効とする。
4. 配布された計算用紙は採点対象外である。解答、解答過程等は解答用紙に記入すること。
計算用紙は回収しないので注意すること。
5. 解答できなかつた場合も、受験番号、氏名、および問題番号を記入した解答用紙を提出すること。すなわち、各受験生は、配布された5枚の解答用紙をすべて提出すること。

工学 専攻 _____ (博士前期/修士・博士後期・前後期共通)

試験科目：第 外国語 () / 専門科目 (理工基礎 (機械工学基礎))

試験時間： (150) 分

1

3行3列のマトリクス $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} a & 1 & -1 \\ 1 & a & -1 \\ -1 & -1 & a \end{bmatrix}$ を定義する。このとき、以下の設問に答えよ。

- (1) $\mathbf{P}^T \mathbf{A} \mathbf{P}$ が対角マトリクスとなるような正則行列 \mathbf{P} と対角マトリクス \mathbf{D} を求めよ。
- (2) $\mathbf{C}^2 = (a+3)\mathbf{I} - \mathbf{A}$ を満たす正定値マトリクス \mathbf{C} を求めよ。ここに、 \mathbf{I} は単位マトリクスである。
- (3) $a=0$ の場合、 $\mathbf{A}^5 - 3\mathbf{A}^3 - 2\mathbf{A}^2 + 3\mathbf{A} + \mathbf{I}$ を求めよ。

2

- (1) 直方体の三辺の長さをそれぞれ $x, y, z > 0$ とし、表面積を $2S$ とする。直方体の体積が最大となる場合は $x=y=z$ となることを、ラグランジュ未定乗数法を使って示せ。
- (2) 複素平面上において経路 C を $|z|=1$ と定義する。ここに、 z は複素数で虚数単位を i とする。このとき、 $\int_C \frac{1}{z^2 - 2\sqrt{2}z + 1} dz$ を計算せよ。ただし、積分は反時計まわりに行うものとする。
- (3) 微分方程式 $4x^2 y \frac{dy}{dx} - x(y^2 + 1) = 0$ について y を x の関数として解いたときの一般解を求めよ。

- (4) 確率変数 x の分布関数を

$$F(x) = \begin{cases} 1 - e^{-\lambda x} & (x \geq 0) \\ 0 & (x < 0) \end{cases}$$

とする。ただし λ は定数とし $\lambda > 0$ とする。このとき、以下の設問に答えよ。

- ① 確率密度関数 $f(x)$ を求めよ。
- ② 確率変数 x の期待値 $E(x)$ と分散 $V(x)$ を求めよ。

理工学 専攻 _____ (博士前期/修士・博士後期・前後期共通)

試験科目：第 外国語 () / 専門科目 (理工基礎 (機械工学基礎))

試験時間： (150) 分

3

- (1) 図1に示すように三つの部材 AB, BD, DE を B 点, D 点でピン結合し, A 点, C 点で支持されたリンク機構について, 部材 DE の E 点において長手方向に引張荷重 100 N を負荷する. この荷重はリンク機構を介して伝達される. 各部材はピン結合されているため, それぞれ軸力のみを受けるものとする. このとき, 部材 AB に生じる軸力を求めよ. ただし, 部材の重量は無視できるものとする.

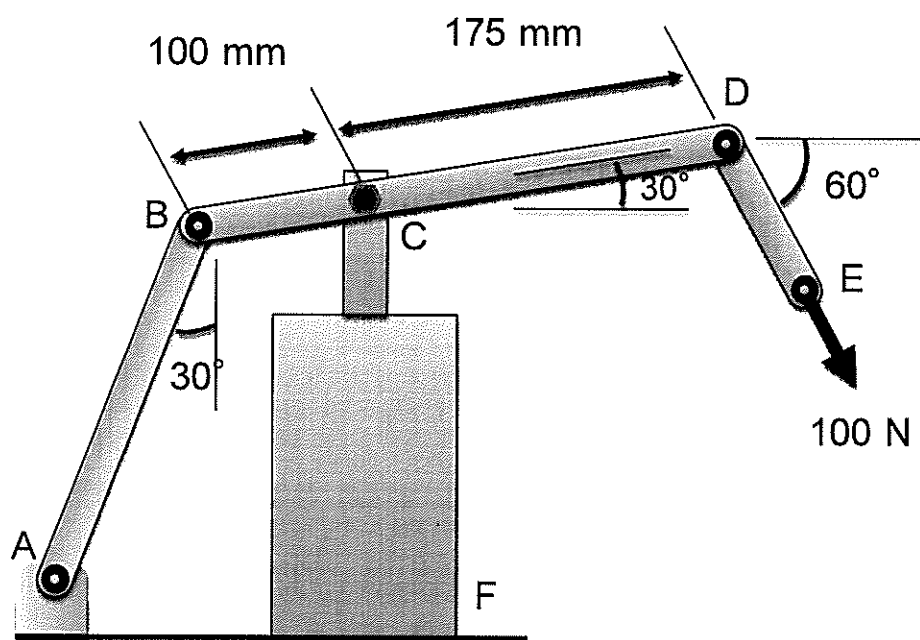


図1

- (2) 摩擦のある斜面上に球を置き, 静かに手を離した. 球が滑らずに転がるためには, 斜面の角度 ϕ はどのような値より小さければよいか. ただし, 球の質量を m , 半径を a , 斜面と球との間の静止摩擦係数を μ , 重力加速度を g とする.

理工学 専攻 _____ 領域（博士前期/修士・博士後期・前後期共通）

試験科目：第 外国語（ ） / 専門科目（理工基礎（機械工学基礎））

試験時間：（ 150 ）分

4

【材料力学】

図2に示すような点A ($x=100$)と点B ($x=300$)で単純支持された長さ300 mmの静定はりの左端 ($x=0$)に100 Nの集中荷重が、 $x=200$ の位置に200 Nの集中荷重が鉛直下方向に作用している。はりの断面は長さ12 mmの正方形形状を有し、はりの質量を無視できるとき、以下の設問に答えよ。

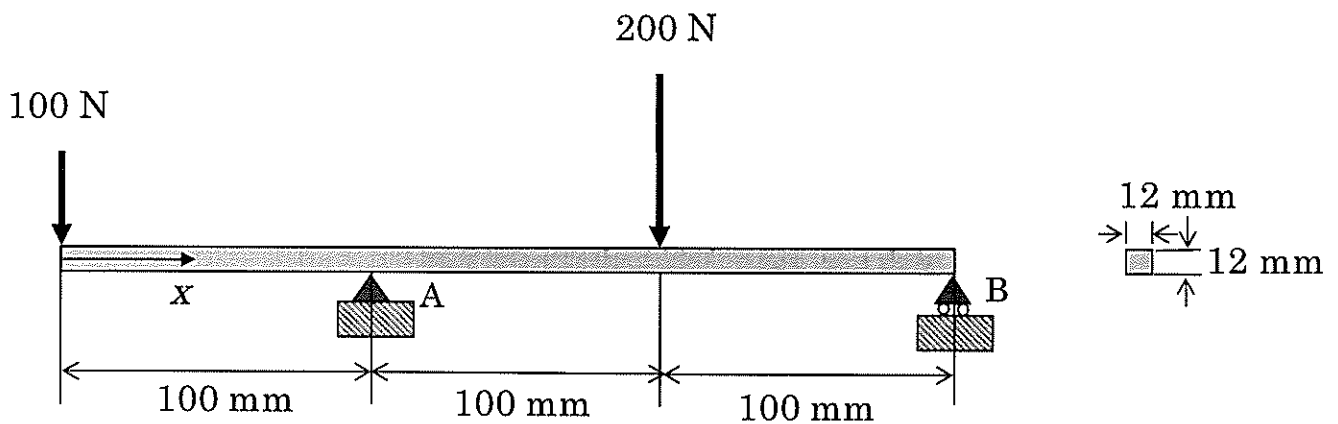


図2

- (1) 点Aおよび点Bにおける反力を求めよ。
- (2) はりの曲げモーメント分布、せん断力分布を求め、結果を図示せよ。
- (3) はり上面に発生する曲げ応力 (x 方向垂直応力) 分布を求め、結果を図示せよ。
- (4) 最大曲げ応力の値とその発生位置を求め、発生位置でのはりの鉛直下方向の曲げ応力分布を図示せよ。

理工学 専攻 _____ （ 博士前期/修士・博士後期・前後期共通 ）

試験科目：第 外国語 （ _____ ） / 専門科目 （ 理工基礎 （機械工学基礎） _____ ）

試験時間：（ 150 ）分

5

【機械力学】

図3に示す2自由度系について、以下の問いに答えよ。

ただし、 m 、 k はそれぞれ、質量、ばね定数を表す。

- (1) フリーボディダイアグラムを示し、この系の運動方程式を求めなさい。
- (2) この系の二つの固有振動数 ω_1 、 ω_2 を求めなさい。

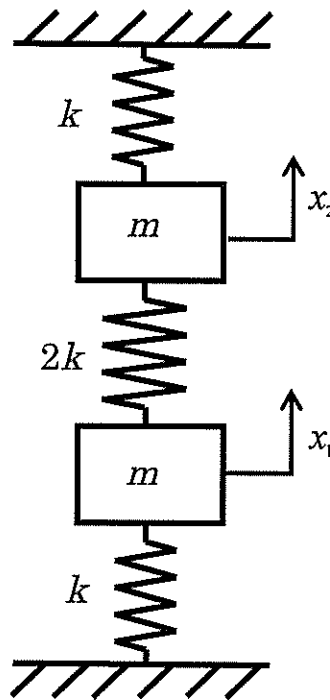


図3

理工学 専攻 _____ (博士前期/修士・博士後期・前後期共通)

試験科目：第 外国語 (_____) / 専門科目 (理工基礎 (機械工学基礎) _____)

試験時間：(150) 分

6

【熱工学】

比熱比 κ が一定の理想気体が、初期状態 (P_1, V_1) から最終状態 (P_2, V_2) まで、ポリトロープ指数 n のポリトロープ膨張を行う。すべての過程は準静的であり、理想気体の状態方程式に従うものとする。次の問いに答えよ。

- (1) 初期状態および最終状態の圧力と体積を用いて、ポリトロープ指数 n を求めよ。
- (2) 上記のポリトロープ膨張において、気体が行う膨張仕事 W_n を導出せよ。
- (3) 同じ初期状態から同じ最終体積まで、可逆断熱膨張 ($PV^\kappa = \text{const}$) を行った場合の膨張仕事を W_{ad} とする。このとき、 $W_{\text{ad}} - W_n$ を「冷却損失」と呼ぶ。冷却損失を導出せよ。

理工学 専攻 領域（博士前期/修士・博士後期・前後期共通）

試験科目：第 外国語（ ） / 専門科目（理工基礎（機械工学基礎））

試験時間：（ 150 ）分

7

【流体力学】

図4のように水がタンクから管へ流れている。管はタンク側面から水平に伸びており、途中で鉛直下向きに曲げられている。タンク上部および管出口における圧力は大気圧である。水平管には断面積が小さい部分（ $A_s = 8 \times 10^{-3} \text{ m}^2$ ）があり、その管壁は薄いため、管内部の圧力が大気圧よりも62.5 kPa小さくなると、管壁が破損する恐れがある。水面から水平管までの深さを $H = 1.0 \text{ m}$ 、管出口の断面積を $A_o = 2 \times 10^{-2} \text{ m}^2$ 、管出口断面から水平管中心までの距離を $h \text{ [m]}$ とするとき、管壁が破損する恐れのある h の範囲を求めよ。ただし、タンクの断面積は管の断面積と比較して十分に大きいものとする。また、流れは定常状態と見なすことができ、流体の粘性は無視できるものとする。水の密度は 1000 kg/m^3 、重力加速度は 10 m/s^2 とする。

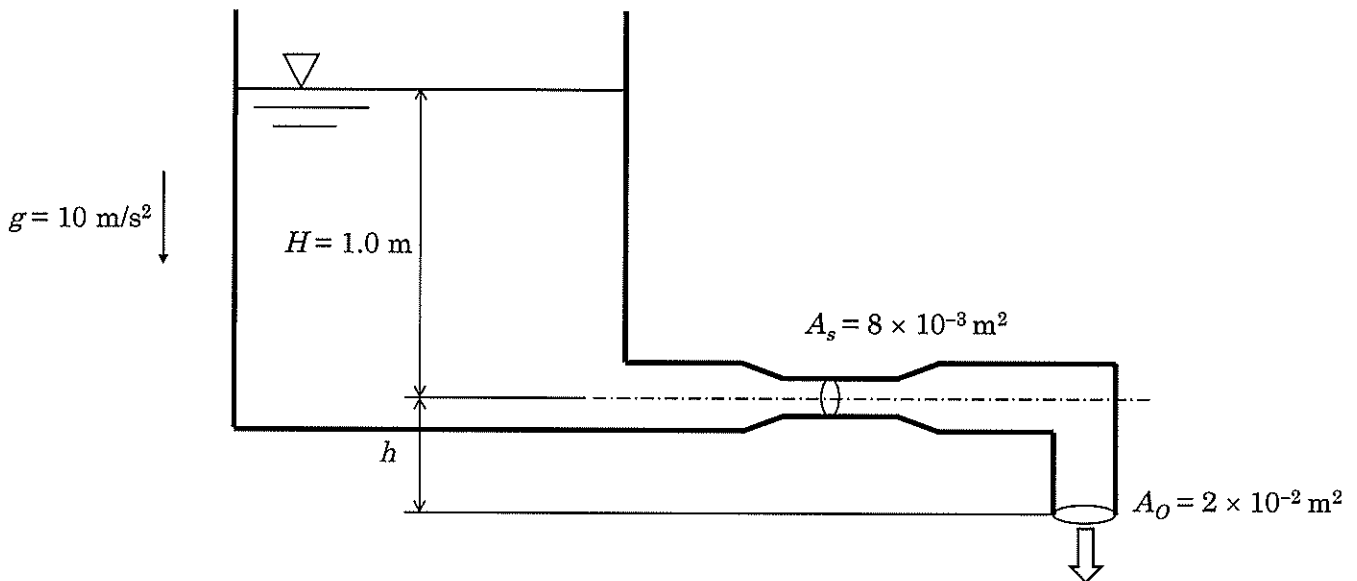


図4

理工学 専攻 領域（博士前期/修士・博士後期・前後期共通）

試験科目：第 外国語（ ） / 専門科目（理工基礎（機械工学基礎））

試験時間：（ 150 ）分

8

【精密工学】

直線運動する機構の変位 x を、真の運動直線から距離 h だけ離れた位置に設置されたスケールで測定している。機構全体が一様な温度上昇 ΔT を受け、線膨張係数を α とすると、熱膨張により微小な角度誤差 θ が生じるものとする。

このとき、以下を求めよ。

- (1) 熱膨張により生じた角度誤差によって発生するアッペ誤差（変位誤差）を導出せよ。
- (2) 相対変位誤差が 1% 以下となるための、オフセット距離 h の条件を求めよ。

理工学 専攻 _____ (博士前期/修士・博士後期・前後期共通)

試験科目：第 外国語 (_____) / 専門科目 (理工基礎 (機械工学基礎))

試験時間：(150) 分

9

【制御工学】

1. 図5は、垂直離着陸機の飛行姿勢制御を示すブロック線図である。下記の問いに答えよ。
- (1) この閉ループ系の安定性について述べよ。
 - (2) 外乱としての突風 ($D(s)=1/s$) に対する定常偏差を求めよ。

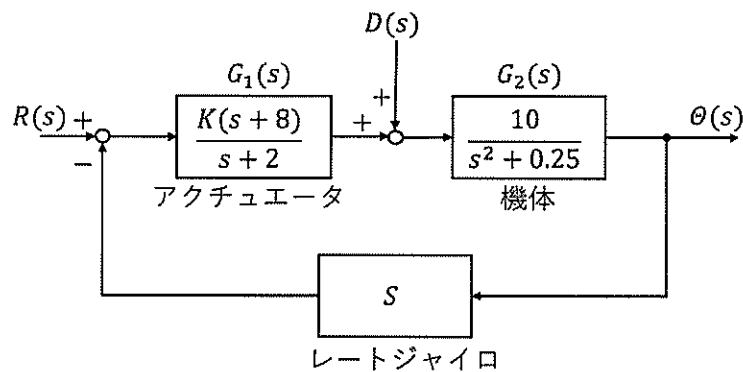


図5

2. 次の伝達関数を考える

$$G(s) = \frac{s^2 + 5s + 4}{s^3 + 4s^2 + s - 6}$$

- (1) このシステムを可制御正準形で実現せよ。また、その実現をブロック線図で表わせ。
- (2) 可制御正準形の実現に対して $u = kx(t)$ なる状態フィードバックを実施し、安定化することを考える。このとき、できた閉ループシステムの極が -2 , -3 , -4 となるように極指定するにはフィードバックゲインベクトルをどのようにとればいいのか、計算せよ。

理工学 専攻 領域（博士前期/修士・博士後期・前後期共通）

試験科目：第 外国語（ ） / 専門科目（理工基礎（機械工学基礎））

試験時間：（ 150 ）分

10

【材料科学】

- (1) 図6に示すA金属とB金属からなるA-B二成分系状態図から、B金属の融点の温度を読み取り、解答せよ。
- (2) A-B二成分合金を加熱し液体状態にしてから冷却した場合、どちらの原子が先に固体になりやすいか解答せよ。
- (3) A-30%B合金において、1300°CでのL相（液体）とS相（固溶体）のおおよその割合を計算せよ。
- (4) 延性破壊と脆性破壊の特徴を説明せよ。
- (5) 一般的な疲労破壊過程は、き裂の発生と進展過程に分けられ、それぞれ異なった機構によってき裂が進行し破壊に至る。平滑材に発生した疲労き裂の発生と進展、破壊までの過程を図で示し説明せよ。

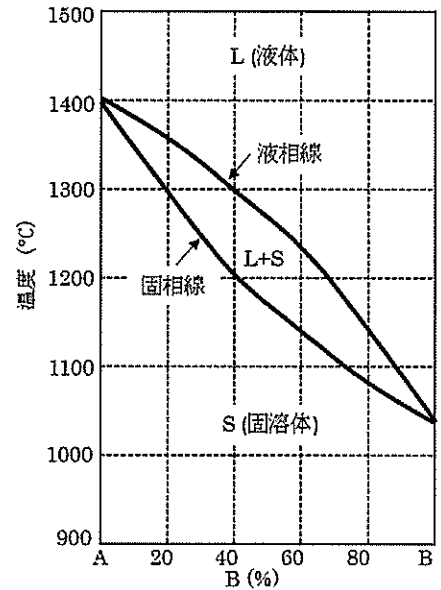


図6 A-B二成分系状態図

工学 専攻

（博士前期/修士・博士後期・前後期共通）

試験科目：第 外国語（ ） / 専門科目（ 理工基礎（電気・電子工学基礎） ）

試験時間：（ 150 ）分

注意事項

1. 試験問題は6問（**1**～**6**）である。
選択問題はないので、全問に解答すること。
2. それぞれの解答用紙に、1問のみ解答すること。
解に至る過程を、文章や式を用いて適切に説明すること。
解に至る過程が不明瞭な答案は0点になる場合がある。
3. 配布された6枚の解答用紙すべてに受験番号、氏名、問題番号を記入すること。
解答用紙に受験番号、氏名、問題番号の記入がない場合、その解答は無効とする。
4. 解答できなかった場合も受験番号、氏名、問題番号を記入した解答用紙を提出すること。
すなわち受験者は配布された6枚の解答用紙をすべて提出すること。
5. 配布された計算用紙は採点の対象外である。解答、解答過程等は解答用紙に記入すること。
計算用紙は回収しないので注意すること。

理工学 専攻

（博士前期/修士・博士後期・前後期共通）

試験科目：第 外国語（ ） / 専門科目（理工基礎（電気・電子工学基礎））

試験時間：（ 150 ）分

1

(1) 実数全体 R 上で定義された未知関数 y を考える。 y は少なくとも2回連続微分可能で、独立変数を $x \in R$ とする。次の常微分方程式と初期条件を満たす解を求めよ。

(a) $\frac{dy}{dx} = y(1-y), \quad 0 < y(0) = y_0 < 1.$

(b) $\frac{d^2y}{dx^2} - \frac{dy}{dx} - 2y = 0, \quad y(0) = 1, \quad \frac{dy}{dx}(0) = 0.$

(2) 実対称行列 $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \in R^{2 \times 2}$ について考える。 N は自然数全体, R は実数全体, $R^{2 \times 2}$ は

実2次元ベクトル空間, $(\bullet)^T$ は転置をそれぞれ表す。

(a) 行列 A の固有値 $\lambda \in R$ とそれに対応する固有ベクトル $v \in R^2$ をすべて求めよ。
 v は正規直交化すること。

(b) (a) で得た正規直交固有ベクトル v から直交行列 Q を作り, $A = Q\Lambda Q^T$ をみたす直交行列 Q , 対角行列 Λ を求めよ。

(c) (a)(b) の結果を用いて、任意の自然数 $n \in N$ について, $A^n = Q\Lambda^n Q^T$ が成り立つことを計算により示せ。

(3) 虚数単位を i とする。自然数 $m \geq 2$ に対して次の問いに答えよ。

(a) 複素数 z に対し, $\sum_{k=0}^{m-1} z^k$ を z と m のみの簡潔な式で表せ。

(b) (a) の結果を用いて, $\sum_{k=0}^{m-1} \exp\left(\frac{2\pi ik}{m}\right) = 0$ を示せ。

理工学 専攻 (博士前期/修士 ・ 博士後期 ・ 前後期共通)

試験科目：第 外国語 () / 専門科目 (理工基礎 (電気・電子工学基礎))

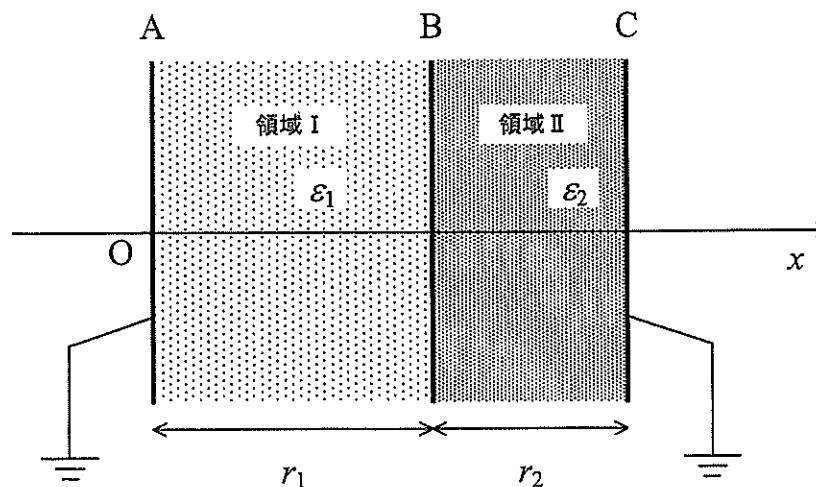
試験時間： (150) 分

2

平行平板電極 A, B, C が図のように並んでおり、A-B間の距離が r_1 、B-C間の距離が r_2 で、A-B間は誘電率 ϵ_1 ($\epsilon_1 > 0$)、B-C間は誘電率 ϵ_2 ($\epsilon_2 > 0$) の物質でそれぞれ隙間なく充填されている。電極 A, B, C はいずれも面積 S の正円形で、 x 軸と直交し、A の中心は x 軸の原点にあり、B, C の中心は x 軸上にある。いま、A と C を接地し、B に電荷 Q ($Q > 0$) を与えた。A と B の間を領域 I、B と C の間を領域 II、B の A と向かい合う面を B_1 とする。次の問いに答えよ。

ただし、電極の厚みと、系の端効果は無視できるとする。

- (1) 電極 B について面 B_1 上に分布する電荷の面密度を求めよ。
- (2) 次の領域の電界を求めよ。電界の大きさと向きが分かるように答案をかくこと。
 - (a) 領域 I
 - (b) 領域 II
- (3) 領域 I について、電位分布を x の関数として求めよ。
- (4) この電極 A, B, C からなる系全体の静電容量を求めよ。ただし、静電容量は電極 B と接地されている他の 2 つの電極との間の容量として考えること。
- (5) この電極 A, B, C からなる系全体に蓄えられている静電エネルギーを求めよ。



理工学 専攻（博士前期/修士・博士後期・前後期共通）

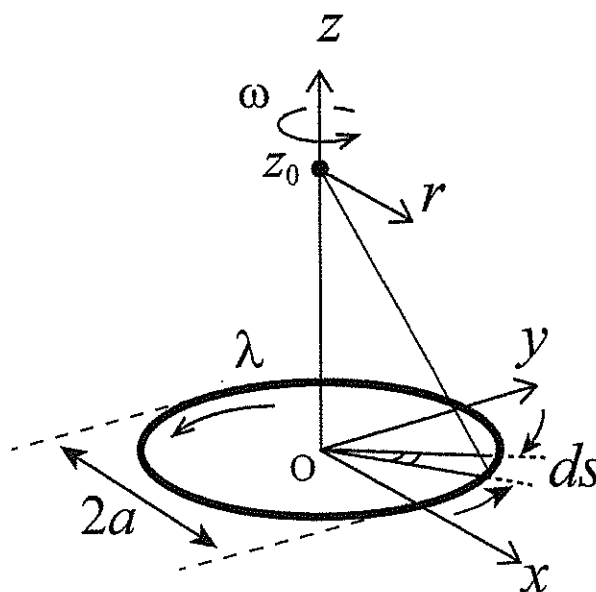
試験科目：第 外国語（ ） / 専門科目（理工基礎（電気・電子工学基礎））

試験時間：（ 150 ）分

3

原点を中心として xy 平面に置かれた半径 a の円環に、線電荷密度 λ ($\lambda > 0$)の電荷が一様に分布している。この円環を一定の角速度 ω で、 z 軸正の方向から原点を見て反時計回りに回転させたとき、 z 軸上の点 $(0, 0, z_0)$ に発生する磁界の磁束密度について、次の問いに答えよ。ただし、円環は透磁率 μ_0 の真空中にあるものとする。

- (1) 円環上の任意の位置にある微小長さ ds にある電荷が角速度 ω で回転することによって生じる電流 dI の大きさを求めよ。
- (2) 設問(1)で求めた dI によって z 軸上の点 $(0, 0, z_0)$ に発生する磁界の磁束密度について、 z 軸に垂直な径方向成分（図の r 方向）、および z 軸に平行な成分それぞれの大きさと向きを求めよ。ただし、 dI は用いないこと。
- (3) z 軸上の点 $(0, 0, z_0)$ に発生する磁界の磁束密度の大きさと向きを求めよ。



理工学 専攻

(博士前期/修士・博士後期・前後期共通)

試験科目：第 外国語 () / 専門科目 (理工基礎 (電気・電子工学基礎))

試験時間： (150) 分

4

(1) 図1に示すバイポーラトランジスタ回路について、以下の問いに答えよ。

2つのトランジスタ Tr1 と Tr2 の接続はダーリントン接続と呼ばれ、エミッタ接地電流増幅率が大きな端子 B, E, C を持つ1つのトランジスタと等価とみなすことができる。Tr1 と Tr2 のエミッタ接地電流増幅率がそれぞれ β_1 , β_2 であるとき、回路全体の等価なエミッタ接地電流増幅率 $\beta = (I_C/I_B)$ を求めよ。ただし、 $I_{C1} \approx I_{E1}$, $I_{C2} \approx I_{E2}$, $I_C \approx I_E$ の近似は用いないこと。

(2) 図2に示す理想オペアンプ (演算増幅器) を用いた増幅回路について、以下の問いに答えよ。

(a) 抵抗 R_1 に流れる電流を求めよ。向きも示すこと。

(b) 抵抗 R_2 における電圧降下を求めよ。向きも示すこと。

(c) 抵抗 R_1 が 10 k Ω , 入力電圧 V_i が 0.5 V のとき、出力電圧 V_o が 5.0 V になる R_2 の値を求めよ。

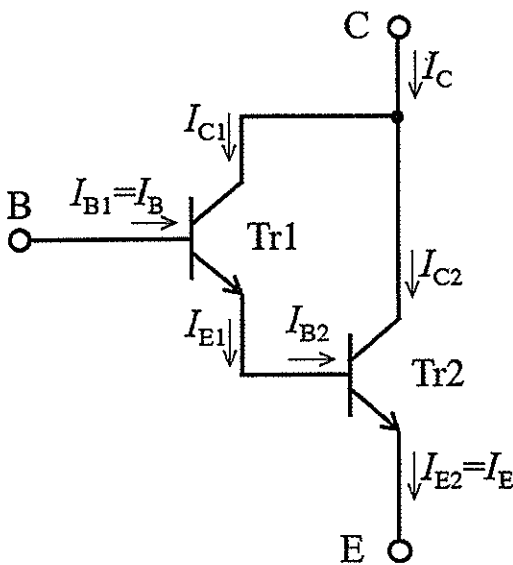


図1

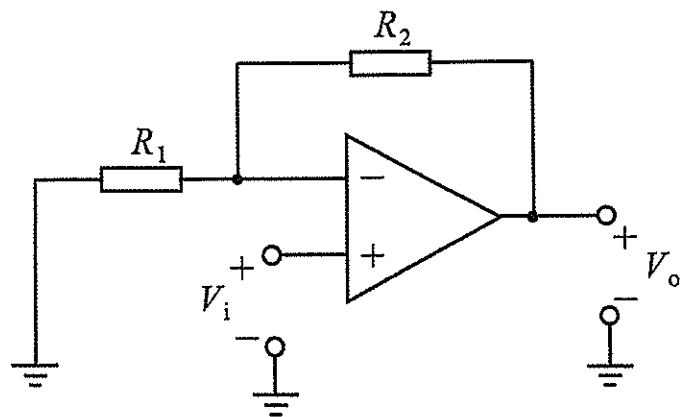


図2

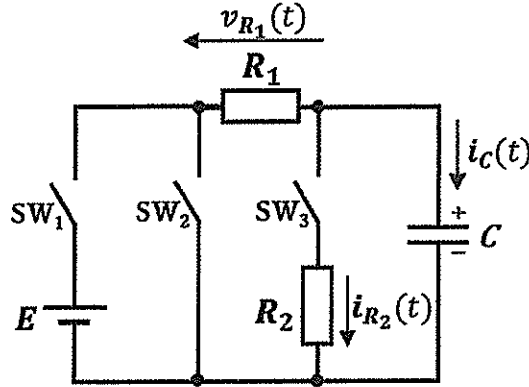
理工学 専攻

（博士前期/修士・博士後期・前後期共通）

試験科目：第 外国語（ ） / 専門科目（理工基礎（電気・電子工学基礎））

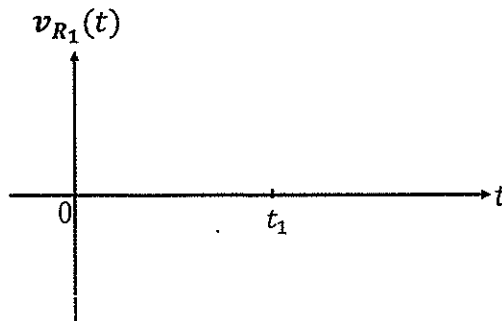
試験時間：（ 150 ）分

5



上記の抵抗 R_1 , R_2 , コンデンサのキャパシタンス C , 直流電圧源（起電力 E ）とスイッチ SW_1 , SW_2 , SW_3 で構成されている回路において、時刻 $t = 0$ でスイッチ SW_1 と SW_3 を閉じ、定常状態に達した後の時刻 $t = t_1$ でスイッチ SW_1 , SW_3 を開き、スイッチ SW_2 を閉じた。このとき、以下の問いに答えよ。ただし、初期状態ではスイッチ SW_1 , SW_2 , SW_3 は開いている。また、時刻 $t = 0$ でコンデンサに電荷は蓄えられていない。

- (1) 電気回路における過渡現象を簡潔に説明せよ。
- (2) 抵抗 R_1 の2区間 ($0 \leq t < t_1$, $t_1 \leq t$) における電圧 $v_{R_1}(t)$ を求めよ。
- (3) $0 \leq t < t_1$ の区間で抵抗 R_2 に流れる電流 $i_{R_2}(t)$ がコンデンサに流れる電流 $i_C(t)$ と等しくなる時刻を求めよ。また、この結果が示すことを簡潔に説明せよ。
- (4) 上記の設問(2)で求めた抵抗 R_1 における電圧 $v_{R_1}(t)$ を解答用紙に下図のような座標軸を持つグラフとして図示せよ。ただし、各々の区間で電圧が定常値に収束する場合にはその値を縦軸に記入すること。



理工学 専攻

（博士前期/修士・博士後期・前後期共通）

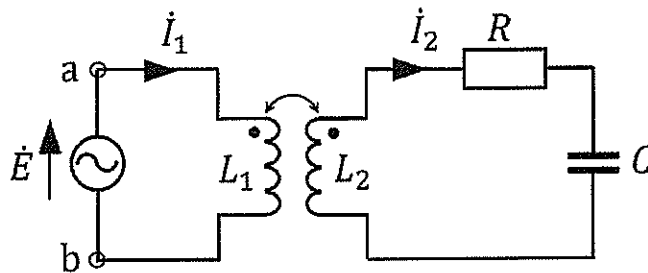
試験科目：第 外国語（ ） / 専門科目（理工基礎（電気・電子工学基礎））

試験時間：（ 150 ）分

6

下図の交流回路が定常状態にあるとして、以下の問いに答えよ。

ただし、電源電圧はフェーザ表示で $\dot{E} = 100 \angle \frac{\pi}{6} \text{ V}$ 、電源の角周波数は $\omega = \sqrt{3} \text{ rad/s}$ 、端子間 a-b から右側の合成インピーダンスは $Z = 20 \angle \frac{\pi}{3} \Omega$ 、抵抗値は $R = 10 \Omega$ 、結合係数は 1、電流 i_1 と i_2 の位相差は $\frac{\pi}{2} \text{ rad}$ である。



- (1) 相互誘導回路における結合係数とは何か説明せよ。
- (2) L_1 , L_2 , C の値を求めよ。単位も明記すること。
- (3) R で消費される電力の値を求めよ。単位も明記すること。

理工学 専攻（博士前期/修士・博士後期・前後期共通）

試験科目：専門科目（理工基礎（化学基礎））

試験時間：（ 150 ）分

【注意事項】

1. 試験問題は全6問である。全ての問に解答すること。
2. それぞれの解答用紙に1問のみ解答すること。
3. 配布された6枚の解答用紙すべてに受験番号、氏名、問題番号を記入すること。解答用紙に受験番号、氏名、問題番号の記入がない場合、その解答は無効とする。
4. すべての問に対する正解をもって満点とする。
5. 記述した内容によって部分点を与えることがあるので、完全な解答に至らない場合でも、わかるところまで記せ。
6. 説明を求める問題や計算問題では、解答に至るまでの途中の過程を省略せずに、わかりやすく記述し、近似を用いるときはその内容を明記せよ。
7. 計算問題においては、関数電卓を使用してよい。解答は、ことわりのない問については有効数字3桁で求めよ。また、単位のある場合には、数値とともに単位も記せ。
8. 計算用紙は採点対象外である。計算問題において解答に至るまでの途中過程を説明する際には、その内容を解答用紙に記せ。
9. 必要ならば次の物理定数、単位換算式を用いよ。

（物理定数）

$$\text{気体定数： } R = 8.314 \text{ J K}^{-1} \text{ mol}^{-1} = 8.206 \times 10^{-2} \text{ dm}^3 \text{ atm K}^{-1} \text{ mol}^{-1}$$

$$\text{アボガドロ定数： } N_A = 6.022 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$$

$$\text{プランク定数： } h = 6.626 \times 10^{-34} \text{ J s}$$

$$\text{真空中の光速： } c = 2.998 \times 10^8 \text{ m s}^{-1}$$

$$\text{真空の誘電率： } \epsilon_0 = 8.854 \times 10^{-12} \text{ C}^2 \text{ J}^{-1} \text{ m}^{-1}$$

$$\text{電気素量： } e = 1.602 \times 10^{-19} \text{ C}$$

$$\text{電子の質量： } m_e = 9.109 \times 10^{-31} \text{ kg}$$

（単位換算式）

$$\text{圧力： } 1 \text{ atm} = 1.013 \times 10^5 \text{ Pa}$$

$$\text{温度： } 0 \text{ }^\circ\text{C} = 273.15 \text{ K}$$

試験科目：専門科目（理工基礎（化学基礎））

試験時間：（ 150 ）分

1 次の問1,2に答えよ。

問1 初期温度 (T_0) 500 K, 初期圧力 (p_0) 3.00 atm のヘリウム 2.00 mol を膨張させ、初期体積 (V_0) の3.00 倍にした。1)~3)に答えよ。

- 1) ヘリウムを初期状態から圧力一定のまま膨張させた。この変化によりヘリウムが外界にした仕事 ($-W_1$) を求めよ。
- 2) ヘリウムを初期状態から等温可逆的に膨張させた。このときの気体の圧力 (p) と体積 (V) との関係は式(1) (Boyle の式) で与えられる。

$$pV = p_0V_0 = \text{Const.} \quad (1)$$

この変化によりヘリウムが外界にした仕事 ($-W_2$) を求めよ。

- 3) ヘリウムを初期状態から断熱可逆的に膨張させた。このときの気体の圧力 (p) と体積 (V) との関係は式(2) (Poisson の式) で与えられる。

$$pV^\gamma = p_0V_0^\gamma = \text{Const.} \quad (\gamma: \text{比熱比}) \quad (2)$$

この変化によりヘリウムが外界にした仕事 ($-W_3$) は、 $-W_2$ に比べて大きいか、それとも小さいか。式(1), (2)を用いた熱力学的根拠を添えて答えよ。(根拠の説明には図等を用いてもよい。また、上記の条件で実際に $-W_3$ を計算して比較してもかまわない。)

問2 図1は H_2O の状態図を示している。1)~3)に答えよ。

- 1) 図1に示された領域 a, b, c は、それぞれどのような相 (気相, 液相, 固相, 超臨界状態など) か答えよ。
- 2) 図1に示された点 α を何というか。また、点 α の自由度を Gibbs の相律を用いて求めよ。
- 3) 相境界における圧力の温度依存性は Clapeyron の式(3)で与えられる。

$$\frac{dP}{dT} = \frac{\Delta H_{\text{tr}}}{T\Delta v_{\text{tr}}} \quad (3)$$

P : 圧力, T : 絶対温度

ΔH_{tr} : 相変化に伴うエンタルピー変化, Δv_{tr} : 相変化に伴うモル体積の変化
液体 H_2O と固体 H_2O の密度はどちらが大きい。図1と式(3)を用いて説明せよ。

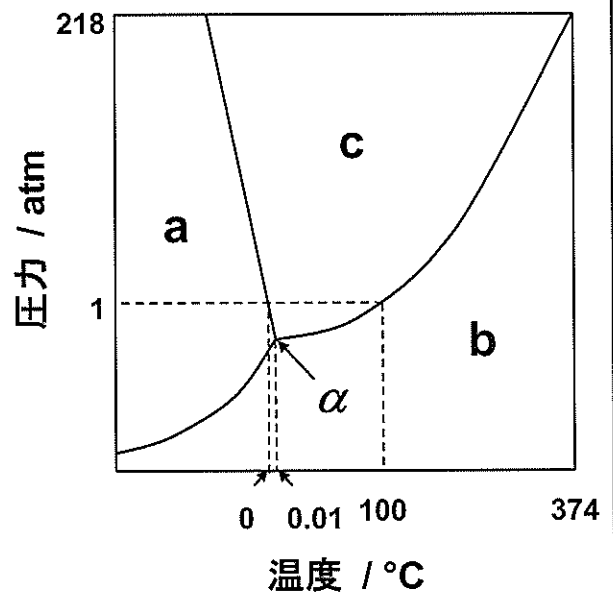


図1. H_2O の状態図

理工学 専攻 (博士前期/修士・博士後期・前後期共通)

試験科目：専門科目 (理工基礎 (化学基礎))

試験時間： (150) 分

2

次の問1～問2に答えよ。

一次元で固有エネルギー(固有値) E を持ち運動している質量 m の粒子がある。この系に対する時間に依存しないシュレーディンガー方程式は次のようになる。ただし、プランク定数を h とし、 $h/2\pi = \hbar = 1$ とする。

$$-\frac{1}{2m} \frac{d^2\Psi}{dx^2} + V(x)\Psi = E\Psi \quad (1)$$

$V(x)$ は、座標 x における粒子のポテンシャルエネルギーである。ここで波動関数から情報を引き出す形(固有値方程式)で式を書き表すと

$$\hat{H}\Psi = E\Psi \quad (2)$$

ここで、

$$\hat{H} = -\frac{1}{2m} \frac{d^2}{dx^2} + V(x) \quad (3)$$

であり、 \hat{H} はハミルトニアン演算子である。

問1 水素分子イオン (H_2^+) の電子の動きを解く場合、式(3)は以下の通りになる。ただし、 m (電子の質量) = 1, e (電気素量) = 1, ϵ_0 (真空誘電率) = $1/4\pi$ とし、 r_{A1} , r_{B1} , R はそれぞれ、電子と原子核 A, 電子と原子核 B, 二つの原子核の核間距離 (a_0) を示す。

$$\hat{H} = -\frac{1}{2} \left(\frac{d^2}{dx^2} + \frac{d^2}{dy^2} + \frac{d^2}{dz^2} \right) + V \quad (4)$$

$$V = - \left(\frac{1}{r_{A1}} + \frac{1}{r_{B1}} - \frac{1}{R} \right)$$

二つの 1s 原子軌道をそれぞれ χ_a , χ_b とし、その一次結合により式(4)の固有関数である分子軌道を求めると以下の通りである。ただし、 $0 < S \ll 1$ である。

$$\Psi_+ = \frac{1}{\sqrt{2(1+S)}} (\chi_a + \chi_b) \quad (5)$$

$$\Psi_- = \frac{1}{\sqrt{2(1-S)}} (\chi_a - \chi_b)$$

二つの分子軌道 Ψ_+ および Ψ_- の概略図を、分子軸に沿って描きなさい。また、その概略図に基づき、結合性軌道と反結合性軌道とはどのようなものか述べなさい。

問2 式(5)に示す分子軌道 Ψ_+ と Ψ_- が直交していることを示せ。ただし、式(6)に示す原子軌道に関する積分関係を用いること。

$$\int \chi_a \chi_b d\tau = S, \quad \int \chi_a \chi_a d\tau = 1, \quad \int \chi_b \chi_b d\tau = 1 \quad (6)$$

ここで τ は全空間座標を示し、式(6)は全空間にて積分したことを意味する。

理工学 専攻（博士前期/修士・博士後期・前後期共通）

試験科目：専門科目（理工基礎（化学基礎））

試験時間：（ 150 ）分

3

次の問1～問3に答えよ。解答の計算式や説明は途中過程を省略せずに記述せよ。なお、ことわりの無い限り溶液温度は298 Kとする。

問1 $8.00 \times 10^{-2} \text{ mol dm}^{-3}$ のアンモニア NH_3 水溶液 0.500 dm^3 と $4.00 \times 10^{-2} \text{ mol dm}^{-3}$ の塩化水素 HCl 水溶液 0.500 dm^3 を混合して体積 1.000 dm^3 の水溶液を調製した。この水溶液における水素イオン濃度 $[\text{H}^+]$ を有効数字2桁で求めよ。

なお解答の際にはアンモニウムイオン NH_4^+ の酸解離定数 (K_a) および水 H_2O の解離定数 (K_w) をそれぞれ $K_a = 5.62 \times 10^{-10} \text{ mol dm}^{-3}$ および $K_w = 1.00 \times 10^{-14} \text{ mol}^2 \text{ dm}^{-6}$ として計算せよ。解答の過程において、各溶液における「化学平衡」, 「物質収支」, 「溶液のイオンの中性」の関係を表す式を必ず明記せよ。近似を使用する場合は必ずその過程を説明すること。

問2 下記の a) と b) に対して塩化銀 AgCl を飽和となるように溶解させた。 AgCl を溶解させた水溶液について次の(1)と(2)に答えよ。

a) 純水 b) $0.30 \times 10^{-2} \text{ mol dm}^{-3}$ の硝酸銀 AgNO_3 が溶解した水溶液

(1) 両者の水溶液における塩化物イオン濃度 $[\text{Cl}^-]$ の大小関係を予想せよ。

(2) b) に AgCl を溶解させた水溶液について, $[\text{Cl}^-]$ を有効数字2桁で求めよ。

解答の際には AgCl の溶解度積を $K_{\text{sp,AgCl}} = 1.78 \times 10^{-10} \text{ mol}^2 \text{ dm}^{-6}$ として計算せよ。近似を使用する場合は必ずその過程を説明すること。

問3 硫酸亜鉛 ZnSO_4 水溶液に亜鉛 Zn の金属板を浸した電極 $\text{Zn} | \text{Zn}^{2+}$ を, 水素電極 $\text{Pt, H}_2 | \text{H}^+$ と組み合わせて電池を作製した。この電池について次の(1)～(3)に答えよ。

なお解答の際には各電極の標準酸化還元電位をそれぞれ $E^\circ_{\text{H}^+, \text{H}_2} = 0.000 \text{ V}$ および $E^\circ_{\text{Zn}^{2+}, \text{Zn}} = -0.763 \text{ V}$ とし, いずれの溶液も溶質の活量係数 $\gamma = 1$ として計算せよ。298 K において $(RT/F) \log_e 10$ (R : 気体定数, T : 電極温度, F : ファラデー定数) は 0.059 V とする。

(1) 各電極上で生じる半反応の化学式を電極の極性 (正極/負極) とともにそれぞれ示せ。

(2) 次の条件下における電池の起電力を有効数字2桁で求めよ。

- ・電解質濃度: $[\text{H}^+] = 1.00 \times 10^{-1} \text{ mol dm}^{-3}$, $[\text{Zn}^{2+}] = 1.00 \times 10^{-2} \text{ mol dm}^{-3}$
- ・ H_2 分圧: $P_{\text{H}_2} = 1.00 \text{ atm}$

(3) (2)の条件から H_2 分圧を低減させた際の起電力の変化について, ネルンスト式を用いて説明せよ。

理工学 専攻（博士前期/修士・博士後期・前後期共通）

試験科目：専門科目（理工基礎（化学基礎））

試験時間：（ 150 ）分

4 次の問1～問4に答えよ。解答の計算式や説明は途中過程を省略せずに記述せよ。それぞれの説明には補足図を用いてもよい。

問1 金属元素 Na, Mg, Al について、これらの元素を第一イオン化エネルギーの高い順に並べよ。あわせて、その順列を選択した理由を各元素の電子配置に基づき説明せよ。

問2 多原子イオン NO_2^- について、次の(1)と(2)に答えよ。

- (1) 分子のルイス構造を示せ。共鳴構造が存在する場合にはそれらの存在を明示すること。
- (2) 原子価殻電子対反発（VSEPR）理論に基づき分子の幾何構造を予想せよ。

問3 多原子分子 O_2 および多原子イオン O_2^{2-} について、次の(1)と(2)に答えよ。

- (1) O_2 について、分子軌道理論によるエネルギー準位図を描写せよ。
- (2) O_2 および O_2^{2-} について、結合次数を求め、両者における結合エネルギーの大小関係を予測せよ。

問4 六配位八面体型の金属錯体および錯イオンについて、次の(1)と(2)に答えよ。

- (1) 金属錯体 $[\text{CoCl}_2\text{F}(\text{NH}_3)_3]$ について、存在する異性体の構造をすべて図示せよ。光学異性があればそれらを示すこと。
- (2) 化合物 $\text{Na}_3[\text{FeF}_6]$ について、錯イオンの中心金属である Fe(III) の電子配置の状態について結晶場分裂による d 軌道のエネルギー準位図を用いて説明せよ。なお、Fe の原子番号は 26 であり、錯イオン $[\text{FeF}_6]^{3-}$ は弱い場の配位子により形成された高スピン錯体であるものとする。

理工学 専攻（博士前期/修士・博士後期・前後期共通）

試験科目：専門科目（理工基礎（化学基礎））

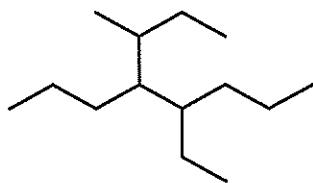
試験時間：（ 150 ）分

5

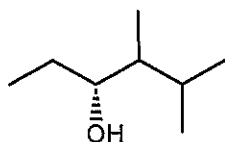
次の問1～問3に答えよ。

問1 次の1)～3)に示す化合物の名称を記せ。光学異性体の場合 *R, S* 表記法による絶対配置を含めること。

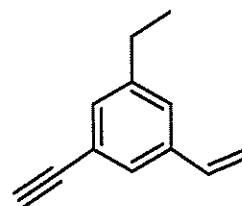
1)



2)



3)



問2 ハロアルカンに関する次の1)～3)に答えよ。

- 1) *cis*-1-ブromo-3-メチルシクロヘキサンの2つのいす形立体配座を図示し、より安定な立体配座はどちらであるか、理由と共に答えよ。
- 2) *tert*-ブチルアルコール中で、*trans*-1-ヨード-3-メチルシクロヘキサンを *tert*-ブトキシドと反応させた際に得られる化合物の構造式を示せ。
- 3) 上記2)の反応機構について、電子の流れを矢印で表して示せ。

問3 (1*R*,2*R*)-2-ブromoシクロペンタノールに関する次の1)～4)に答えよ。

- 1) 立体化学を明示した構造式を書け。
- 2) 水酸化ナトリウムと速やかに反応して環状エーテル化合物を与える。この反応の機構を電子の流れを矢印で書き示し、生成物の構造式を書け。
- 3) 上記2)の環状エーテル化合物が不斉炭素原子をもつか、また、光学活性であるかについて、説明せよ。
- 4) 上記2)の反応条件において、2位の立体配置が異なる(1*R*, 2*S*)異性体は、反応性がはるかに低い。この反応性の違いについて、100字程度で説明せよ。

理工学 専攻（博士前期/修士・博士後期・前後期共通）

試験科目：第 外国語（ ） / 専門科目（理工基礎（化学基礎））

試験時間：（ 150 ）分

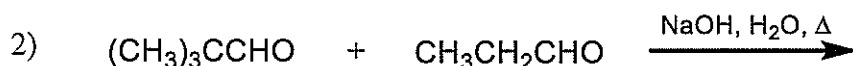
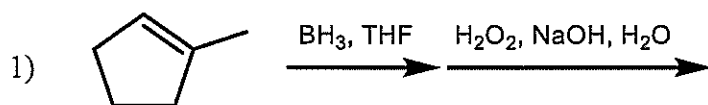
6

次の問1～問4に答えよ。

問1 次の化合物1)～3)の構造式を示せ。

- 1) 4-クロロ-6-メチル-3-ヘプタノン
- 2) (Z)-1-ブロモ-1,2-ジフルオロプロペン
- 3) 3-ヒドロキシブタナール

問2 次の反応1), 2)を行った。各反応の主生成物の構造を示せ。反応1)の生成物については、立体化学が分かるように示すこと。

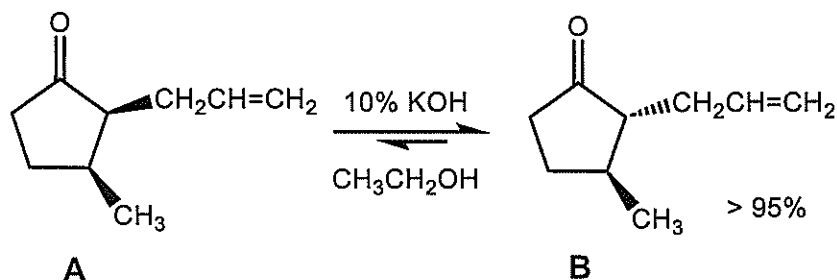


問3 次の出発物質から目的化合物を効率よく得る合成法を提案せよ。ただし、必要な試薬は適宜加えてよい。

出発物質： ベンゼン

目的化合物： 1-(3-ニトロフェニル)エタノン

問4 化合物Aを弱塩基で処理すると異性体Bが生成する。この変換の反応過程を中間体の構造式を示して説明し、200字以内で説明せよ。



理工学 専攻 _____ 領域（ 博士前期 / 修士・博士後期・前後期共通 ）

試験科目：第 外国語（ _____ ） / 専門科目（ 理工基礎（数学基礎） _____ ）

試験時間：（ 150 ）分

注意

- 試験問題は6問（1～6）である。この中から4問を選んで解答せよ。4問を超えて解答してはならない。
- 配布された4枚の解答用紙すべてに受験番号・氏名・問題番号を記入し、すべての解答用紙を提出すること。解答用紙に受験番号・氏名・問題番号の記入がない場合、その解答は無効とする。
- それぞれの解答用紙に、記入した問題番号の1問のみ解答すること。
- 配布された計算用紙は採点対象外である。解答・解答過程等は解答用紙に記入すること。計算用紙は回収しないので注意すること。
- 記号：
 \mathbb{R} は実数全体の集合、 \mathbb{Q} は有理数全体の集合、 \mathbb{Z} は整数全体の集合を表す。

理工学

専攻

領域（博士前期/修士・博士後期・前後期共通）

試験科目：第 外国語（ ） / 専門科目（理工基礎（数学基礎））

試験時間：（ 150 ）分

1 以下では、 X, Y は空集合 \emptyset ではない集合とする。

(1) X から Y への写像 f に関する以下の命題 (i), (ii), (iii) は互いに同値であることを示せ。

(i) f は単射である。

(ii) X の任意の部分集合 A, B に対し

$$f(A) = f(B) \implies A = B$$

が成り立つ。

(iii) X の任意の部分集合 A, B に対し

$$f(A \cap B) = f(A) \cap f(B)$$

が成り立つ。

(2) X から Y への写像 f に関する以下の命題 (i), (ii), (iii) は互いに同値であることを示せ。

(i) f は全射である。

(ii) $f^{-1}(C) = \emptyset$ となる $C \subset Y$ は $C = \emptyset$ しか存在しない。

(iii) 任意の $C \subset Y$ に対し

$$f(f^{-1}(C)) = C$$

が成り立つ。

理工学 専攻 領域（博士前期/修士・博士後期・前後期共通）

試験科目：第 外国語（ ） / 専門科目（理工基礎（数学基礎））

試験時間：（ 150 ）分

2 x を変数とする \mathbb{R} -係数多項式全体の集合を $\mathbb{R}[x]$ とする. 多項式の和と定数倍によって $\mathbb{R}[x]$ を自然に \mathbb{R} 上の線型空間と考える. $V (\subset \mathbb{R}[x])$ を 2 次以下の多項式全体のなす部分集合とし, 写像 $F: \mathbb{R}[x] \rightarrow \mathbb{R}[x]$ を

$$F(P(x)) = 4P(x) - (x-3)P'(x), \quad P(x) \in \mathbb{R}[x]$$

と定義する. ここで, $P'(x)$ は多項式 $P(x)$ の x についての微分である.

- (1) V は $\mathbb{R}[x]$ の \mathbb{R} -部分線型空間であることを示せ.
- (2) F を V に制限した写像を f とすると, f は V から V への \mathbb{R} -線型写像であることを示せ.
- (3) V の基底 $1, x, x^2$ に対する線型写像 $f: V \rightarrow V$ の表現行列 A を求めよ.
- (4) $f: V \rightarrow V$ のすべての固有値と対応する固有ベクトルを求めよ. ただし, 各固有ベクトルの最高次の係数は 1 とせよ.

理工学 専攻 領域（博士前期/修士・博士後期・前後期共通）

試験科目：第 外国語（ ） / 専門科目（理工基礎（数学基礎））

試験時間：（ 150 ）分

3 (1) 広義積分

$$\int_0^{\infty} \frac{\sin x}{x} dx$$

が収束することを示せ。また、この広義積分は絶対収束しないことを示せ。

(2) xyz -空間内の楕円面

$$\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} + z^2 = 1$$

上の関数

$$x + 2y + 3z$$

の最大値と最小値を求めよ。

理工学 専攻 _____ 領域（博士前期/修士・博士後期・前後期共通）

試験科目：第 外国語（ ） / 専門科目（理工基礎（数学基礎））

試験時間：（ 150 ）分

4 有理数体 \mathbb{Q} の元を成分とする可逆な 2 次正方行列全体がなす群 $G := \text{GL}(2, \mathbb{Q})$ を考える. その中で, 行列式が 1 である行列全体のなす部分群を $N := \text{SL}(2, \mathbb{Q})$, 成分が全て整数で行列式が ± 1 である行列全体のなす部分群を $H := \text{GL}(2, \mathbb{Z})$ と書く.

(1) N が G の正規部分群であることを示せ. また, 剰余群 G/N はどのような群か述べよ.

(2) H が G の正規部分群でないことを示せ.

(3) $A \in G$ が有限位数 n を持つとする. 行列 A の固有値を考えることにより, あり得る位数 n をすべて挙げよ. また, 各 n に対し位数 n を持つ A の例を挙げよ.

(4) 無理数全体のなす集合 $I := \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$ を考える.

$$A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \in G, \quad x \in I \text{ に対し,}$$

$$A \cdot x := \frac{ax + b}{cx + d}$$

と定めることにより G が I に左から作用することを示せ.

工学 専攻 領域（博士前期/修士・博士後期・前後期共通）

試験科目：第 外国語（ ） / 専門科目（理工基礎（数学基礎））

試験時間：（ 150 ）分

5 \mathbb{R} 上の周期 2π の関数 $f(x)$ のフーリエ級数は

$$f(x) \sim \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos nx + b_n \sin nx)$$

で与えられる。ただし、 $a_n (n \geq 0)$, $b_n (n \geq 1)$ は $f(x)$ のフーリエ係数である。

α を整数でない実数とすると、

$$\text{区間 } [-\pi, \pi) \text{ 上で } f(x) = \cos \alpha x$$

となる \mathbb{R} 上の周期 2π の関数 $f(x)$ を考える。

(1) $f(x)$ のフーリエ級数を求めよ。

(2) 無限級数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\alpha^2 - n^2}$ の値を求めよ。

(3) 無限級数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(\alpha^2 - n^2)^2}$ の値を求めよ。

理工学 専攻 _____ 領域（ 博士前期 / 修士・博士後期・前後期共通 ）

試験科目：第 外国語（ _____ ） / 専門科目（ 理工基礎（数学基礎） _____ ）

試験時間：（ 150 ）分

6 (1) (X, d) を距離空間とする.

- (i) X の部分集合 U が X の開集合であることの定義を書き下せ.
- (ii) X の任意の開集合族 $\{U_\lambda \mid \lambda \in \Lambda\}$ について, 和集合 $\bigcup_{\lambda \in \Lambda} U_\lambda$ が X の開集合であることを示せ.
- (iii) 下記の文章 (*) が正しくないことを, 距離空間 (X, d) と X の開集合族 $\{U_\lambda \mid \lambda \in \Lambda\}$ の具体的な例を挙げて説明せよ.

(*) X の任意の開集合族 $\{U_\lambda \mid \lambda \in \Lambda\}$ について, 共通部分 $\bigcap_{\lambda \in \Lambda} U_\lambda$ は X の開集合である.

- (2) \mathbb{R} の閉区間 $[0, 1]$ 上で定義された実数値連続関数全体の集合を Ω とおく. 関数 $d_1: \Omega \times \Omega \rightarrow \mathbb{R}$ および $d_2: \Omega \times \Omega \rightarrow \mathbb{R}$ をそれぞれ

$$d_1(f, g) = \int_0^1 |f(x) - g(x)| dx$$

$$d_2(f, g) = \int_0^1 |f(x)^2 - g(x)^2| dx$$

で定義する.

- (i) d_1 が距離関数か否かを調べ, 距離関数である場合には証明を与え, そうでない場合には反例を挙げよ.
- (ii) d_2 が距離関数か否かを調べ, 距離関数である場合には証明を与え, そうでない場合には反例を挙げよ.

理工学 専攻（博士前期/修士・博士後期・前後期共通）

試験科目： 専門科目（理工基礎（物理学学基礎））

試験時間：（150）分

注意事項

1. 試験問題は6問（**1**～**6**）である。
この中から5問を選んで解答せよ。5問を超えて解答してはならない。
2. それぞれの解答用紙に、1問のみ解答すること。
3. 配布された5枚の解答用紙すべてに受験番号、氏名、問題番号を記入すること。
解答用紙に受験番号、氏名、問題番号の記入がない場合、その解答は無効とする。
4. 配布された計算用紙は採点対象外である。解答、解答過程等は解答用紙に記入すること。
計算用紙は回収しないので注意すること。

理工学 専攻（博士前期/修士・博士後期・前後期共通）

試験科目：専門科目（理工基礎（物理学基礎））

試験時間：（150）分

1

1. ベクトル $a = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$, $b = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$ について以下の設問に答えよ。

(1) a と b がなす角を求めよ。

(2) a と b のいずれにも直交する規格化されたベクトルを求めよ。

2. 行列 $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 3 & 2 \\ 2 & 3 & 3 & 1 \\ 3 & 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}$ の固有値のうちの一つは9である。残りの固有値を求めよ。

理工学 専攻（博士前期/修士・博士後期・前後期共通）

試験科目：専門科目（理工基礎（物理学基礎））

試験時間：（150）分

2

関数 $f(x, \alpha) = \exp(-\alpha x^2)$ を考える。 α は正の実数である。

1. 以下の積分

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x, \alpha) dx$$

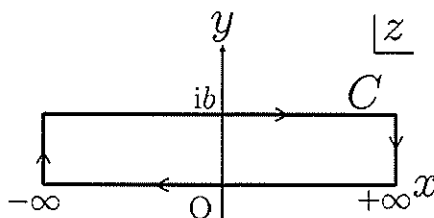
を求めよ。

2. 小問1. で与えられた式を α で微分することにより、以下の積分

$$\int_{-\infty}^{\infty} x^n f(x, \alpha) dx$$

を $n = 2, 4$ に対してそれぞれ求めよ。3. b を実数として

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x + ib, \alpha) dx$$

が小問1. の結果と同じになることを、図のような複素平面上の積分経路 C を考えることで示せ。4. 関数 $F(x)$ を

$$F(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x f(x', 1) dx'$$

と定義する。 $F(x)$ の概形を $-4 < x < 4$ の領域で図示せよ。

理工学 専攻（博士前期/修士・博士後期・前後期共通）

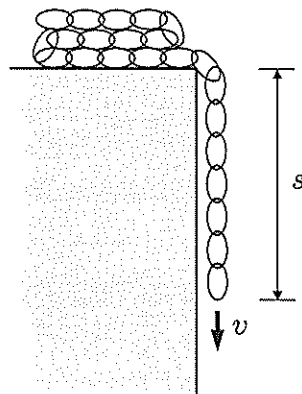
試験科目：専門科目（理工基礎（物理学基礎））

試験時間：（ 150 ）分

3

- 質量 m の物体が速度 v に比例した抵抗 $-bv$ (b は正の値) を受けて水平面上を x の正の方向に直線運動している。ただし、時刻 $t = 0$ で物体は $x = 0$ の位置にあり、初速度は v_0 とする。
 - 物体の運動方程式を書き表せ。
 - 時刻 t での物体の速度を求めよ。
 - 時刻 t での物体の位置を求めよ。また、物体の位置と時刻の関係を図に示せ。
- 図のように、一様な線密度 ρ をもつ鎖が、滑らかな机の上にとまって置いてある。その鎖の一端を持って机の外側に出し、静かに手を離すと、その部分は重力により落下し始める。落下する鎖は机の上に残っている鎖を次々に引いて落下を続ける。重力加速度の大きさを g とし、空気抵抗は無視できるとする。
 - 鎖が机から落下した距離を s 、その速度を v とする。鎖が机から落下した部分の運動量とそれに作用する重力に注目することで鎖の運動方程式を書き表せ。ただし、鉛直下向きを正とする。
 - 運動方程式を積分することにより、鎖の速度 v と長さ s の関係を求めよ。ただし、 $s = 0$ で $v = 0$ とする。必要ならば以下の関係式を使ってもよい。

$$\frac{d}{dt} = \frac{ds}{dt} \frac{d}{ds} = v \frac{d}{ds}, \quad 2sv \frac{d}{ds}(sv) = \frac{d}{ds}(sv)^2$$
 - 鎖が落下運動をしている部分の長さが s になったとき、それまでに鎖が失った力学的エネルギーを求めよ。



理工学 専攻（博士前期/修士・博士後期・前後期共通）

試験科目：専門科目（理工基礎（物理学基礎））

試験時間：（ 150 ）分

4

1. 静電場に関する以下の設問に答えよ。真空の誘電率を ϵ_0 とする。
- (1) 図1のように、原点 O を中心とする内径 a 、外径 b の厚みのある球殻が、一様な電荷密度 ρ で帯電している。原点からの距離を r とすると、次の3つの領域
- (i) $r > b$
(ii) $a < r < b$
(iii) $r < a$
- における電場の大きさをそれぞれ求めよ。
- (2) 小問(1)のとき、3つの領域の静電ポテンシャルをそれぞれ求めよ。
- (3) 原点 O を中心とする内径 a 、外径 b の導体球殻がある。原点に電気量 $-q$ ($q > 0$)の点電荷を固定したあと、導体球殻に電気量 q の電荷を与えた。導体球殻内の電荷分布がどうなるか説明せよ。
- (4) 小問(3)のとき、導体球殻の静電ポテンシャルを求めよ。

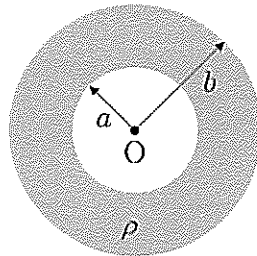


図1

次頁に続く

理工学 専攻（博士前期/修士・博士後期・前後期共通）

試験科目：専門科目（理工基礎（物理学基礎））

試験時間：（ 150 ）分

2. 図2のように、半径 a の無限に長い円柱導体内に定常電流が流れている。電流は円柱の中心軸と一致した z 軸に沿って、 z 軸の正方向に向かって流れており、その電流密度の大きさ $i(r)$ は次式のように与えられている。

$$i(r) = \begin{cases} i_0 \exp(-\beta r^2) & (0 \leq r \leq a) \\ 0 & (r > a) \end{cases}$$

ここで、 r は z 軸からの距離、 i_0, β はそれぞれ正の定数である。真空、および、円柱導体内の透磁率を μ_0 とし、以下の設問に答えよ。

- (1) 位置ベクトルを r 、磁束密度を $B(r)$ 、電流密度を $i(r)$ と表したとき、静磁場に関するガウスの法則の微分形、および、アンペールの法則の微分形を書き、その物理的意味をそれぞれ簡潔に説明せよ。
- (2) アンペールの法則を用いて円柱導体の内部、および、外部での磁束密度 $B(r)$ を求めよ。計算では次の関係式を利用してよい。

$$\frac{d}{dr} [\exp(-\beta r^2)] = -2\beta r \exp(-\beta r^2)$$

- (3) 電気量 q ($q > 0$) をもつ荷電粒子が z 軸から r_0 ($r_0 > a$) だけ離れたところを z 軸の負の向きに一定の速さ v_0 ($v_0 > 0$) で移動している。この荷電粒子が磁場から受ける力の向きと大きさを求めよ。

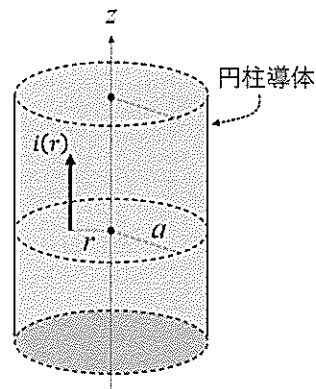


図2

理工学 専攻（博士前期/修士・博士後期・前後期共通）

試験科目：専門科目（理工基礎（物理学基礎））

試験時間：（ 150 ）分

5

xy 平面上で $0 \leq x \leq a$, かつ, $0 \leq y \leq b$ (ただし, a, b はともに正の実数) においてポテンシャルがゼロで, その他の領域ではポテンシャルが無限大であるような2次元の量子井戸があり, 質量 m の粒子が束縛されている。 z 方向の運動は考えないものとして, 以下の設問に答えよ。ただし, 粒子の状態を表す波動関数を $\Psi(x, y)$, エネルギーを $E > 0$, 換算プランク定数（ディラック定数）を \hbar とする。

1. この粒子に対する時間に依らないシュレディンガー方程式を書け。
2. x, y が独立であることを利用すると, 波動関数 $\Psi(x, y)$ は x, y それぞれの関数の積 $\phi_x(x)\phi_y(y)$ として表される。これを利用してシュレディンガー方程式を解くことにより, エネルギー E が取りうる値と規格化された波動関数 $\Psi(x, y)$ を導け。
3. 以下では $a = b$ の場合を考える。
 - (a) この系のエネルギー準位を低いほうから4番目まで示せ。また各準位が縮退しているか否かを述べよ。
 - (b) 低いほうから4番目のエネルギー準位に含まれるすべての状態それぞれについて, 粒子の存在確率がゼロとなる点 (x, y) の集合を, xy 平面上の $0 \leq x \leq a, 0 \leq y \leq a$ の範囲で図示せよ。当該集合の x, y の座標は図中に明示すること。

理工学 専攻（博士前期/修士・博士後期・前後期共通）

試験科目： 専門科目（理工基礎（物理学基礎））

試験時間：（ 150 ）分

6 二つの壺A, Bと N 個の区別できる球があり, 球は二つの壺のどちらかに入っている。図1に $N = 6$ の例を示す。各試行で N 個の球の中から一つをランダムに選び, その球を現在入っている壺から別の壺に移す。壺B内にある球の数 n を用いて巨視的状态（粒子が区別できない状態）を (N, n) と指定し, (N, n) を実現する微視的状态の数（場合の数）を $W_N(n)$ と書く。

1. 巨視的状态の総数 ($n = 0$ から N までの総和) を求めよ。
2. 微視的状态の総数 ($n = 0$ から N までの総和) を求めよ。
3. $W_N(0)$ を求めよ。
4. $W_N(1)$ を求めよ。

ボルツマンの公式 $S = k_B \ln W$ を用いて以下の問いに答えよ。ただし, S はエントロピー, k_B はボルツマン定数, W は場合の数を表す。

5. エントロピー S が最小となる状態の n , および, そのときのエントロピー S_{\min} を求めよ。
6. エントロピーの最大値 S_{\max} を, N が偶数のとき, 奇数のときにそれぞれ求めよ。

次に球のエネルギーと温度の概念を導入する。図2に $N = 6$ の例を示すように, 壺Aの中にある1つの球のエネルギーを E_A , 壺Bの中にある1つの球のエネルギーを E_B , 系全体の温度を T とする。球がランダムに一つ選ばれ, その球は有限の確率で別の壺に移る。壺AからBに球が移動する確率 $P_{A \rightarrow B}$ は壺BからAに球が移動する確率 $P_{B \rightarrow A}$ と必ずしも一致しないが, 移動流速は等しい。ここで, 移動流速は移動元の壺の中にある球の数と移動する確率の積で定義される。今後は壺の中にある球の数の代わりにその期待値を計算する。壺A, Bそれぞれの中にある球の数の期待値を $\langle N_A \rangle$, $\langle N_B \rangle$ とする。

次頁に続く

理工学 専攻（博士前期/修士・博士後期・前後期共通）

試験科目：専門科目（理工基礎（物理学基礎））

試験時間：（ 150 ）分

7. 壺Aの中にある球の数の期待値 $\langle N_A \rangle$ を N , $P_{A \rightarrow B}$, $P_{B \rightarrow A}$ を用いて表せ。
8. 球が移動する確率の比がボルツマン分布 $\frac{P_{A \rightarrow B}}{P_{B \rightarrow A}} = \exp\left(-\frac{E_B - E_A}{k_B T}\right)$ に従うと仮定する。このとき、 $\langle N_A \rangle$ を N , E_A , E_B , T を用いて表せ。

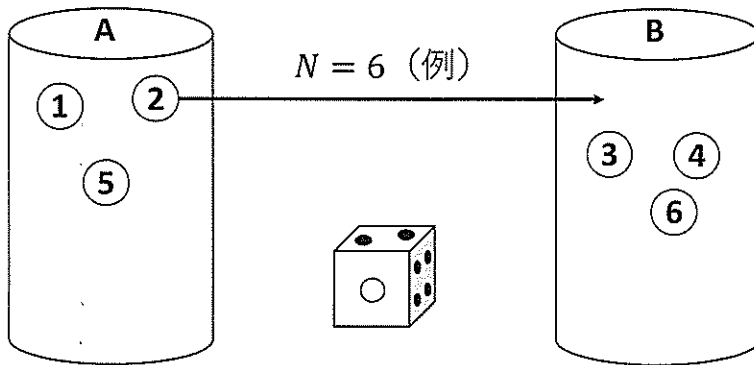


図 1

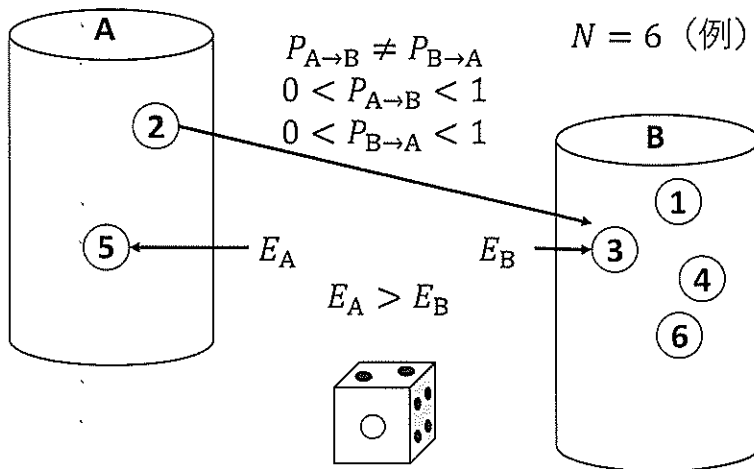


図 2

理工学 専攻（博士前期/修士・博士後期・前後期共通）

試験科目：専門科目（理工基礎（生物科学基礎））

試験時間：（150）分

注意事項

1. 試験問題は7問（1～7）である。

問題1は全員解答すること。問題2～7からは3問選択して解答すること。
問題1を含めて5問以上解答してはならない。

2. それぞれの解答用紙に、1問のみ解答すること。

3. 配布された4枚の解答用紙すべてに受験番号、氏名、問題番号を記入すること。
解答用紙に受験番号、氏名、問題番号の記入がない場合、その解答は無効とする。

理工学 専攻（博士前期/修士・博士後期・前後期共通）

試験科目：専門科目（理工基礎（生物科学基礎））

試験時間：（150）分

次の問題 **1** は全員回答すること。

1 以下の（1）～（5）の語句をそれぞれ120字程度で説明せよ。

- (1) ヒストン
- (2) カルモジュリン
- (3) クラスリン
- (4) 電位依存チャネル
- (5) 幹細胞

以下の問題 **2** ～ **7** より3問選択して解答すること。問題 **1** を含めて5問以上解答してはならない。

2 下の図は真核生物の染色体上の遺伝子DNAの一部である。複製の際にヘリカーゼは左から右へ進行し、転写の際にはRNAポリメラーゼは左から右へ進行する。

A鎖 5' GTTGC ACTCAAG **GTACAATCA** TTGGA ACTTCCT 3'
B鎖 3' CAACGTGAGTTC **CATGTTAGT** AACCTTGAAGGA 5'

- (1) このDNAが複製される時、ラギング鎖合成の鋳型となるのはA鎖とB鎖のどちらかを答えよ。また、四角で囲った部分（太字の9塩基対）でラギング鎖のRNAプライマーが作られるとして、そのRNAの塩基配列を左から右に5'から3'の順に書け。理由も簡単に説明せよ。
- (2) このDNAが転写される時、RNAポリメラーゼが鋳型とするのはA鎖とB鎖のどちらかを答えよ。また、四角で囲った部分（太字の9塩基対）は転写されたRNAのなかでどのような塩基配列になっているか。左から右に5'から3'の順に書け。
- (3) 転写されたRNAを鋳型とし、オリゴdTをプライマーとして逆転写酵素を作用させたとき、四角で囲った部分（太字の9塩基対）は合成された1本鎖cDNAの中でどのような塩基配列になっているか。左から右に5'から3'の順に書け。

理工学 専攻（博士前期/修士・博士後期・前後期共通）

試験科目：専門科目（理工基礎（生物科学基礎））

試験時間：（150）分

3 細胞分裂について以下の問いに答えよ。

- (1) 体細胞分裂において動原体はどのような働きを持つかを述べよ。
- (2) 減数分裂の過程で、細胞1つあたりのDNA量はどのように変化するか。横軸に細胞周期の5段階（G1期、S期、第一分裂期、第二分裂期、配偶子）、縦軸に細胞1つあたりのDNA量（G1期のDNA量を1としたときの相対値）をとってグラフで示せ。
- (3) 減数分裂の過程では相同染色体間で交差が起きる。交差の持つ生物学的役割について述べよ。

4 遺伝子発現を解析する手法に関する以下の問いに答えよ。

- (1) 対象となる組織や器官、あるいは細胞で、どの遺伝子がどれくらい発現しているのかを網羅的に調べる手法として、1990年代にDNAマイクロアレイ法が開発された。その手法について簡潔に説明せよ。
- (2) 近年はDNAマイクロアレイ法に代わり、RNA-Seq法が主流となっている。DNAマイクロアレイ法の欠点を踏まえ、RNA-Seq法ではどのように改善されているのかを説明せよ。
- (3) 研究対象を組織や器官とした場合、上記の網羅的な解析では、発現する遺伝子群の特定とその発現量の解析は可能であるが、それらの遺伝子が発現している位置についての詳細はわからない。対象のRNAが作られる位置を特定するためにはどのような手法があるかを答え、それについて説明せよ。

5 シグナル伝達に関する以下の問いに答えよ。

- (1) ヒトの目の網膜にある桿体光受容細胞では、ロドプシンが光で刺激されると三量体Gタンパク質であるトランスデュシンを活性化する。トランスデュシンは細胞内シグナル伝達系を活性化し、その結果、神経伝達物質放出の変動を起こす。ロドプシンは細胞の応答を仲介する分子ファミリーのひとつである。この分子ファミリーの名称を答えよ。また、このファミリーに属する分子の他の例を挙げ、細胞の応答を含めて説明せよ。
- (2) 細胞内シグナル伝達では、ある分子から他の分子へと複数の分子に刺激が伝わることで細胞に変化を起こす。ある分子Xが関与するシグナル伝達経路を明らかにするためには、どのような実験手法を用いて調べればいいのかを説明せよ。

理工学 専攻（博士前期/修士・博士後期・前後期共通）

試験科目：専門科目（理工基礎（生物科学基礎））

試験時間：（150）分

6 細胞死に関する以下の問いに答えよ。

- (1) ヒトやマウスの脳の発生過程では神経細胞は過剰に生み出されて、その一部がアポトーシスを起こすことで正常な数になることが知られている。発生中のマウスの脳で、カスパーゼ3遺伝子を欠損させたり、 β カテニン遺伝子を過剰発現させると、どちらも正常なマウスよりはるかに多い神経細胞を持つ胎仔が観察される。このことから、カスパーゼ3と β カテニンについて、どのような働きを持つ分子であると推測できるか、理由とともに説明せよ。
- (2) 動物の組織内でアポトーシスを起こした細胞は整然と死んでいき、組織の損傷などによって細胞が壊死したときとは異なる。アポトーシスでは細胞がどのようなようになるか、壊死との違いがわかるよう、組織に与える影響を含めて説明せよ。

7 植物の光合成において、 CO_2 はリブローズ 1,5-ビスリン酸カルボキシラーゼ/オキシゲナーゼ

(RuBisCO) の働きにより固定され、その後、ATP および NADPH を用いた一連の反応を経て、様々な糖や代謝産物合成の出発物質となるグリセルアルデヒド 3-リン酸が生成される。以下の問いに答えよ。

- (1) RuBisCO は葉緑体のタンパク質の 50%以上を占める。この酵素がこのように大量に存在する理由を、酵素の活性部位の特徴から考察し、簡潔に説明せよ。
- (2) グリセルアルデヒド 3-リン酸はどこで作られるかを答えよ。また、これを出発物質として合成される代謝産物が、どのように貯蔵され、また、他の器官へ輸送されるかについて説明せよ。
- (3) 光合成で得られた糖を原料に作られる物質の一つとして、細胞壁の主成分であるセルロースがある。セルロースは他の多くの細胞外の高分子とは異なる様式で生成されるが、その違いを簡潔に説明せよ。

理工学 専攻（博士前期/修士・博士後期・前後期共通）

試験科目：専門科目（理工基礎（情報学基礎））

試験時間：（ 150 ）分

注意事項

1. 試験問題は7問（**1**～**7**）である。
この中から5問を選んで解答せよ。5問を超えて解答してはならない。
2. それぞれの解答用紙に、1問のみ解答すること。1枚の解答用紙に2問以上解答した場
にはその解答は無効となる場合がある（本ページ下部の図参照）
3. 配布された5枚の解答用紙すべてに受験番号、氏名、問題番号を記入すること。
解答用紙に受験番号、氏名、問題番号の記入がない場合、その解答は無効とする。

OK

NG

1枚の解答用紙に1問を解答

科目：情報学基礎

1

受験番号 #### 氏名 XXXX

科目：情報学基礎

2

受験番号 #### 氏名 XXXX

科目：情報学基礎

1

2

受験番号 #### 氏名 XXXX

1枚の解答用紙に2問以上
を解答してはいけない

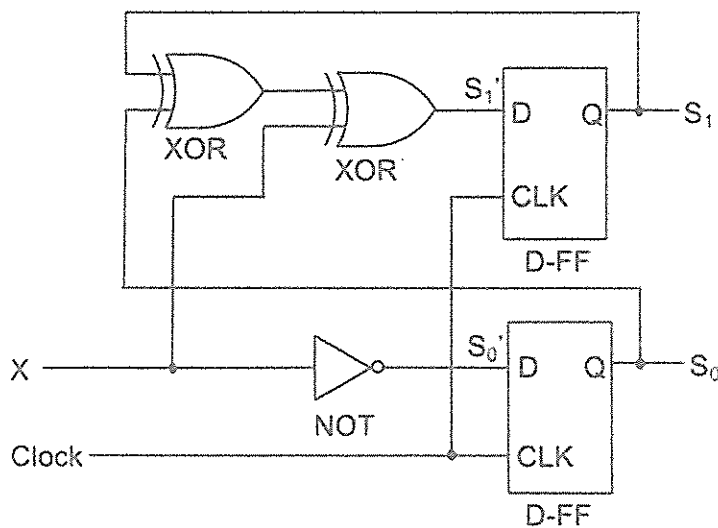
理工学 専攻（博士前期/修士・博士後期・前後期共通）

試験科目：専門科目（理工基礎（情報学基礎））

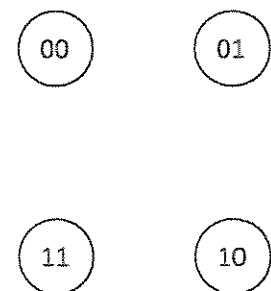
試験時間：（ 150 ）分

1

- (1) コンピュータのしくみに関して、以下の問いに答えよ。
- (a) コンピュータは、入力装置、出力装置、x装置、y装置、z装置で構成される。x, y, zを答えよ。ただしx, y, zは順不同とする。さらに、コンピュータではこれらの装置が連動してどのように処理が行われるか説明せよ。
 - (b) 中央処理装置（CPU）における割り込みとはなにか説明せよ。さらに、割り込みの原因の例を一つ挙げよ。
 - (c) すべての命令が4ステージで完了するパイプライン制御のCPUがある。このCPUで20命令を実行するのに必要な時間を答えよ。ただし、すべての命令は途中で停止することなく実行され、各ステージは時間Tで完了するものとする。
- (2) 以下の順序回路Aの二つのD-FFはD型フリップフロップであり、CLKの立ち上がりエッジの時刻にあるD入力の論理（前状態）をセット（保持）し、Q出力にその論理（次状態）を出力する。また、状態遷移図Bにおいて、(00), (01), (10), (11)は(S_1S_0)の状態であり、入力X（1または0）は有向枝（矢印）で示されるものとする。以下の問いに答えよ。
- (a) S_1' と S_0' の論理式をすべての変数{ S_1, S_0, X }（反転を含む）からなる論理積和（標準形）で表現せよ。
 - (b) 状態遷移図Bを完成させよ。



順序回路A



状態遷移図B

理工学 専攻（博士前期/修士・博士後期・前後期共通）

試験科目：専門科目（理工基礎（情報学基礎））

試験時間：（ 150 ）分

2

プログラミング言語に関する以下の設問に答えよ。

- (1) 静的変数 (static variable) について説明せよ。
- (2)
 - (a) 次の infix 記法の式を postfix 記法（逆ポーランド記法）で記述せよ。
 $(A + B) * (C + D) / (E - F)$
 - (b) 次の postfix 記法（逆ポーランド記法）の式を infix 記法で記述せよ。
A B C / - D E * +
- (3) postfix 記法（逆ポーランド記法）の特徴とプログラミング言語の処理系でどのように使われるかを説明せよ。
- (4) 識別子と予約語について説明せよ。また、次の C 言語で書かれたプログラム中の識別子と予約語を答えよ。

```
#include <stdio.h>

int main() {
    int score;

    printf("Enter your score: ");
    scanf("%d", &score);

    if (score >= 80) {
        printf("You have passed.\n");
    } else {
        printf("You have failed.\n");
    }
}
```

理工学 専攻 (博士前期/修士・博士後期・前後期共通)

試験科目：専門科目 (理工基礎 (情報学基礎))

試験時間： (150) 分

3

ある Web サービスでは、ユーザが広告をクリックする確率 p を、スコア x から次のロジスティック関数で推定している。

$$p(x) = \frac{1}{1 + e^{-x}}$$

$p(x) > 0.9$ を満たす最小の x (0.1 刻み) を求めよ。

- (1) 指数関数 e^x をマクローリン級数で展開せよ。さらに、それを用いて e^{-x} をマクローリン級数で表せ。導出過程も示せ。ただし関数 $f(x)$ のマクローリン展開は以下で表される。

$$f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{f^{(n)}(0)}{n!} x^n$$

- (2) (1) で得られた級数を用いて関数を逐次計算する。ただし `exp_series(y, eps)` は e^y をマクローリン級数に基づいて近似する関数とする。以下の C プログラムは、指数関数をマクローリン級数に基づいて近似し、 x を 0.1 ずつ増加させ、ロジスティック関数の値を計算するものである。空欄①～⑥を埋めよ。

```
#include <stdio.h>
#include <math.h>
double exp_series(double x, double eps){
    /* a0 = 1, a_{n+1} = a_n * x / (n+1) */
    double sum = ①; // 初期和
    double term = ②; // 第0項
    int n = 0;
    while (1) {
        n++;
        term = term * x / n;
        sum += term;
        if (fabs(term) < ③) {
            break;
        }
    }
    return ④;
}
double logistic(double x, double eps){
    double e = exp_series(⑤, eps);
    return 1.0 / (1.0 + e);
}
```

```
int main(void){
    double x = 0.0;
    double eps = 1e-10;
    double p;
    while (1) {
        p = logistic(⑥, eps);
        if (p > 0.9) break;
        x += 0.1;
    }
    printf("最小の x ≈ %.2f\n", x);
    return 0;
}
```

理工学 専攻（博士前期/修士・博士後期・前後期共通）

試験科目：専門科目（理工基礎（情報学基礎））

試験時間：（ 150 ）分

4

次の差分方程式で表されるシステムを考える。

$$y(k) + \frac{1}{6}y(k-1) - \frac{1}{6}y(k-2) = 5x(k) - 5x(k-1)$$

但し、 $x(k)$ を入力、 $y(k)$ を出力とする。

- (1) システムの構成を図示せよ。
- (2) システムの伝達関数 $H(z)$ を求めよ。
- (3) システムの単位インパルス応答の z 変換 $Y(z)$ を求めよ。
- (4) システムの単位インパルス応答 $y(k)$ を求めよ。
- (5) システムの安定性を判定せよ。

理工学 専攻（博士前期/修士・博士後期・前後期共通）

試験科目：専門科目（理工基礎（情報学基礎））

試験時間：（150）分

5

- (1) $f(n)$ と $g(n)$ を正の整数から非負実数への関数とする。 $n > n_0 \implies f(n) < c \cdot g(n)$ となる正の実数 n_0, c が存在するとき $f(n) = O(g(n))$ であるという。正の整数から非負実数への関数を以下に7つ記す。

$$n + 10, \quad n(\log n)^3, \quad n^2 \log_2 n, \quad 10^n, \quad n^{4/3}, \quad 2^{(2^n)} \quad 2^{\sqrt{\log n}},$$

$f_1(n) = O(f_2(n)), f_2(n) = O(f_3(n)), \dots, f_6(n) = O(f_7(n))$ となるように上記の関数を $f_1(n), \dots, f_7(n)$ として並べ替えよ。

- (2) 以下の (a), (b) に答えよ。
- (a) 無向グラフ $G = (V, E)$ と始点 $s \in V$ を入力とする、幅優先グラフ探索アルゴリズムを記せ。ただし、データ構造としてキューを使うこととする。
- (b) その幅優先探索アルゴリズムの入力として、頂点集合 $V = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ と辺集合 $E = \{\{1, 2\}, \{1, 4\}, \{2, 3\}, \{2, 4\}, \{3, 7\}, \{4, 5\}, \{4, 7\}, \{5, 6\}\}$ からなる無向グラフ $G = (V, E)$ と始点 $s \in V$ として頂点1を入力として与える。このときにキューから出る順に頂点を記せ。
- (3) アルファベット $\Sigma = \{a, b\}$ 上の言語のうち、「aa で終わる文字列」すべてからなる言語を L とする。例えば L には、 $abaa$ や aaa などが含まれ、 ab や $baba$ は含まれない。この言語 L を認識する非決定性有限オートマトンのうちちょうど3つの状態からなるものの状態遷移図を描け。また、その非決定性有限オートマトンを状態集合 Q , アルファベット Σ , 状態遷移関数 $\delta: Q \times \Sigma \rightarrow 2^Q$, 開始状態 q_0 , 受理状態 F の5つ組 $(Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$ で表すとき、 Q, δ, q_0, F それぞれを具体的に記せ。

理工学 専攻（博士前期/修士・博士後期・前後期共通）

試験科目：専門科目（理工基礎（情報学基礎））

試験時間：（150）分

6

- (1) データベースにおける2種類の三層スキーマそれぞれの各層の名前を述べよ。
- (2) ANSI/X3/SPARC/式三層スキーマにおける論理的データ独立性と物理的データ独立性それぞれについて説明せよ。
- (3) データベースにおける共有ロックと占有ロックそれぞれについて説明せよ。
- (4) ログによる障害復旧において、ログの記入はデータベースの更新に先行して行われる。
 - (a) ログの記入がデータベースの更新に先行して行われることをなんと呼ぶか。
 - (b) ログの記入がデータベースの更新に先行して行われる理由を述べよ。

理工学 専攻（博士前期/修士・博士後期・前後期共通）

試験科目：専門科目（理工基礎（情報学基礎））

試験時間：（ 150 ）分

7

次の微分方程式を解け。ただし、 x を独立変数として、 y を従属変数とする。

$$(1) \quad 2(1 - y^2)x + (1 + x^2)\left(\frac{1}{y} + y\right)y' = 0$$

$$(2) \quad x^2yy' + yy' = 1$$

$$(3) \quad \sin x \cos^2 y + y' \cos^2 x = 0$$

$$(4) \quad (2x^2 + 3y^2)y - (x^2 + 2y^2)xy' = 0$$